

Univerzita Karlova v Praze

FAKULTA TĚLESNÉ VÝCHOVY A SPORTU



MOŽNOSTI VYUŽITÍ INDENTAČNÍCH ZÁTĚŽOVÝCH ZKOUŠEK
KE STUDIU MECHANICKÝCH VLASTNOSTÍ MĚKKÝCH TKÁNÍ
POHYBOVÉHO APARÁTU ČLOVĚKA *IN VIVO*, *IN SITU*

Disertační práce

Zpracoval:
Václav Bittner

Školitel:
PhDr. Petr Šifta, Ph.D.

2020

Prohlašuji, že jsem disertační práci zpracoval samostatně a použil jsem literaturu uvedenou v referenčním seznamu.

.....

Václav Bittner

Svoluji k zapůjčení své disertační práce ke studijním účelům. Prosím, aby byla vedena přesná evidence vypůjčovatelů, kteří musí pramen převzaté literatury řádně citovat.

Jméno příjmení	Číslo OP	Datum vypůjčení	Poznámka

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych chtěl poděkovat svým školitelům PhDr. Petru Šiftovi, Ph.D. a prof. Ing. Stanislavu Otáhalovi, CSc. za metodické vedení mých postgraduálních studií a prof. Ing. Františku Maršíkovi, DrSc. za odbornou pomoc při plnění disertačního úkolu. Dále chci poděkovat své rodině za neustálou podporu.

MOŽNOSTI VYUŽITÍ INDENTAČNÍCH ZÁTĚŽOVÝCH ZKOUŠEK KE STUDIU MECHANICKÝCH VLASTNOSTÍ MĚKKÝCH TKÁNÍ POHYBOVÉHO APARÁTU ČLOVĚKA *IN VIVO, IN SITU*

ANOTACE:

Cílem práce bylo na základě syntézy publikovaných poznatků a výsledků vlastních šetření analyzovat možnosti využití indentačních zátěžových zkoušek ke studiu mechanických vlastností měkkých tkání pohybového aparátu člověka *in vivo, in situ*. V rámci teoretického rozboru problematiky byl vytvořen matematický model indentačního testu. Geometrie úlohy byla formulována pro pevný válec pronikající do nekonečného poloprostoru z viskoelastického materiálu. Řešení je založeno na klasickém analytickém přístupu k problému stacionárního zatížení pružného materiálu. Tento postup je zobecněn pro hyperelastický materiál Neo-Hookeův a velké deformace. Kvantifikace disipativních procesů vychází z předpokladu, že tenzor napětí viskoelastického materiálu lze rozložit na část čistě elastickou a část čistě disipativní. Model umožňuje stanovit jak elastické, tak viskozí vlastnosti materiálu. Experimentální část práce je věnována validačním experimentům. Jsou odhadnuty koeficienty reliability a validity indentační metody. V práci jsou diskutovány meze použitelnosti předloženého matematického modelu a podmínky, za kterých je možno výsledky indentačních zkoušek považovat za objektivní. Zjištěné poznatky jsou shrnuty v doporučeních pro výzkumnou i klinickou praxi.

KLÍČOVÁ SLOVA:

Měkké tkáně, viskoelasticita, svalový tonus, myotonometr

POSSIBILITIES OF THE USE OF INDENTATION TESTS WHILE
STUDYING THE MECHANICAL PROPERTIES OF SOFT TISSUES OF
THE HUMAN LOCOMOTOR SYSTEM *IN VIVO, IN SITU*

ANNOTATION:

The aim of this work was to analyze possibilities of the use of indentation tests, while studying mechanical properties of human locomotor system soft tissues *in vivo, in situ*. The synthesis of published findings and the results of our own surveys were used. A mathematical model of the indentation test was created as a part of theory. The geometry of the task was formulated as a solid cylinder penetrating into an infinite half-space made of viscoelastic material. The solution is based on the traditional analytical approach concerning stationary loading of flexible material. This procedure is generalized for Neo-Hooke's hyperelastic material and large deformations. The quantification of dissipative processes is based on the assumption that the stress tensor of a viscoelastic material can be decomposed into a purely elastic constituent and a purely dissipative constituent. The model enables to determine both elastic and viscous properties of the material. Experimental part of the work includes validation experiments. The coefficients of reliability and validity of the indentation method are estimated. The work discusses the limits of the use of the presented mathematical model and the conditions under which the result of indentation tests can be considered objective. The findings are summarized in recommendations for research and clinical practice.

KEYWORDS:

Soft tissues, viscoelasticity, muscle tonus, myotonometer

SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK

Obrázky:

Obrázek 1: Hysterezní křivka při myotonometrii.	12
Obrázek 2: Kolagenní a elatické fibrily řídkého vaziva (schematický model)	16
Obrázek 3: Model struktury kosterní (příčně pruhované) svaloviny.....	17
Obrázek 4: Titin a nebulin ve struktuře příčně pruhované svaloviny.....	18
Obrázek 5: Srovnání histologické struktury kosterního svalu a šlachy.	19
Obrázek 6: Řez proximální třetinou pravého předloktí (pohled z distální strany)	20
Obrázek 7: Struktura neuromuskulárního propojení.	23
Obrázek 8: Ukázka palpačního vyšetření měkkých tkání pohybového aparátu člověka.....	26
Obrázek 9: Schematické znázornění produkce entropie v okolí různých stacionárních stavů	36
Obrázek 10: Schématické znázornění základních lineárních modelů teorie viskoelastivity.	39
Obrázek 11: Schématické znázornění Maxwellova (M) a Kelvinova (K) modelu	41
Obrázek 12: Creepové a relaxační chování Maxwellova (M) a Kelvinova (K) modelu.....	43
Obrázek 13: Model „paralelního“ viskoelastického tělesa s $2N + 1$ členy	45
Obrázek 14: Model „sériového“ viskoelastického tělesa s $2N + 1$ členy	45
Obrázek 15: Různé druhy zatěžování systémů v rámci deformačních zkoušek	52
Obrázek 16: Zátěžový diagram indentační zkoušky.	54
Obrázek 17: Myotonometr založený na impulsní charakteristice	55
Obrázek 18: Schéma principu indentace svalové tkáně včetně zátěžové křivky.	56
Obrázek 19: Schéma tkáňových vrstev zasažených při indentaci	63
Obrázek 20: Geometrie průniku válcové plochy do poloprostoru.....	69
Obrázek 21: Konečné deformace vyvolané indentací vyjádřené v polárních souřadnicích.....	74
Obrázek 22: Ukázka kvalitativního srovnání dvou měření myotonometrem	79
Obrázek 23: Myotonometr (Kysela, Kolář, Starý, Šifta, Bittner, 2016)	84
Obrázek 24: Hysterezní křivka bioreogramu – pracovní diagram	85
Obrázek 25: Hysterezní křivka bioreogramu – závislost tlakového napětí na relativní deformaci	86
Obrázek 26: Ruční dynamometr Takei 5401	87
Obrázek 27: Box – plot grafy pro F_{max} v závislosti na relativní intenzitě volní svalové kontrakce	95
Obrázek 28: Box – plot grafy pro W^+ v závislosti na relativní intenzitě volní svalové kontrakce.....	96

Obrázek 29: Box – plot grafy pro E_{dis} v závislosti na relativní intenzitě volní svalové kontrakce.	96
Obrázek 30: Ukázka vlivu indentační rychlosti na tvar bioreogramu indentační zkoušky.....	97
Obrázek 31: Hysterezní křivka bioreogramu – závislost tlak. elast. napětí na relativní deformaci	99

Tabulky:

Tabulka 1: Odhady koeficientů reliability (<i>rel</i>).	93
Tabulka 2: Odhady koeficientů validity (<i>val</i>).....	94

SEZNAM ZKRATEK A SYMBOLŮ

ATP	Adenosintrifosfát
CNS	Centrální nervový systém
CO ₂	Chemická značka molekuly oxidu uhličitého
CT	Počítačová tomografie
DK	Dolní končetina
FEM, MKP	Metoda konečných prvků
FTVS UK	Fakulta tělesné výchovy a sportu, Univerzita Karlova v Praze
H ⁺	Iont vodíku
H ₂ O	Chemická značka molekuly vody
HK	Horní končetina
La ⁻	Laktát
MRI, NMR	Nukleární magnetická rezonance
O ₂	Chemická značka molekuly kyslíku
SW	Software
TUL	Technická univerzita v Liberci

OBSAH

ÚVOD	12
1 Syntéza poznatků	14
1.1 Strukturální a funkční podstata měkkých tkání pohybového systému člověka ...	14
1.1.1 Anatomicko-histologická struktura pohybového systému člověka	15
1.1.2 Vybrané poznatky z fyziologie kosterního svalstva	20
1.1.3 Stručný přehled neurofyziologie svalové motoriky a receptorového cití..	23
1.1.4 Palpační vyšetření svalového tonu	26
1.1.5 Shrnutí	28
1.2 Měkké tkáně pohybového aparátu člověka jako otevřené termodynamické systémy.....	29
1.2.1 Základní úvahy o termodynamice otevřených systémů	30
1.2.2 Měkké tkáně z pohledu klasické teorie viskoelastivity	36
1.2.3 Shrnutí	48
1.3 Zjišťování mechanických vlastností měkkých tkání in vivo, in situ s využitím deformačních zátěžových zkoušek.....	51
1.3.1 Deformační zátěžové zkoušky.....	51
1.3.2 Objektivizace míry svalového tonu	55
1.3.3 Počítačový experiment – možnosti a omezení	58
1.3.4 Shrnutí	59
2 Cíle práce	61
3 Teoretická část	62
3.1 Formulace úlohy	62
3.2 Fyzikální rozbor indentačního procesu	64
3.3.1 Deformace a konstitutivní vztahy	64
3.3.2 Indentace tuhého válce do elastické poloviny- malé deformace	69
3.3.3 Indentace tuhého válce do elastického poloprostoru - velké deformace ...	73
3.3.4 Indentace tuhého válce do elastického nestlačitelného poloprostoru – velké deformace.....	77
3.3.5 Ukázka aplikace dosažených výsledků	78
3.3.6 Stanovení viskozity materiálu metodou indentace	79

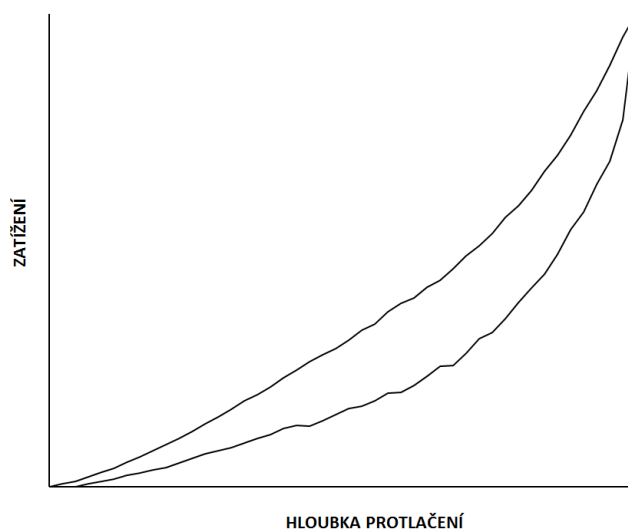
4	Empirická část	81
4.1	Metody	82
4.1.1	Charakteristika výzkumného souboru	82
4.1.2	Metodika sběru dat	82
4.1.3	Experimentální metody a struktura analyzovaných dat	83
4.1.3.1	Myotonometr vyvinutý v rámci projektu TG01010117	83
4.1.3.2	Bioreogram indentační zátěžové zkoušky	84
4.1.3.3	Ruční dynamometr	87
4.1.4	Metody statistického zpracování dat	88
4.2	Výsledky empirické části	92
4.2.1	Reliabilita	92
4.2.2	Validita	93
4.2.3	Vliv indentační rychlosti na tvar bioreogramu	97
5	Diskuse	99
5.1	Matematický model a jeho aplikace	99
5.2	Objektivita	101
5.3	Doporučení	103
5.4	Možnosti využití myotonometrie	103
6	Závěr	105
7	Seznam použité literatury	106
8	Seznam příloh	117

ÚVOD

Studium mechanického chování tkáňových komplexů patří k aktuálním medicínským problémům současnosti. Celá problematika je však značně netriviální. Situaci komplikuje jednak nehomogenita a anizotropie biologických systémů obecně, jednak fakt, že jejich vlastnosti jsou odlišné *in vivo*, *in vitro*, *in situ* případně *post mortem*.

Mechanické vlastnosti kosterního svalstva jsou taktéž závislé na nervosvalové interakci. Ta mimo jiné ovlivňuje stav klidového svalového napětí neboli tonu. Jeden ze způsobů, jak je objektivně zhodnotit, nabízejí přístroje nazývané myotonometry.

Princip těchto přístrojů spočívá v neinvazivních indentačních zátěžových zkouškách, které v podstatě simulují palpační vyšetření fyzioterapeutem. Výstupem z těchto měření jsou hysterezní zátěžové křivky vyjadřující závislosti tlakové síly na hloubce zanoření indentoru (viz obr. 1).



Obr. 1: Hysterezní křivka jako typická zátěžová charakteristika měkkých tkání při indentaci.
(Pramen: vlastní.)

Jejich tvar záleží na celé řadě determinantů souvisejících s fyziologickým případně patologickým stavem organismu. Je tedy otázkou, zda a za jakých podmínek je možné nalézt snadnou interpretaci takto získaných výsledků. Řešením tohoto problému se předkládaná práce zabývá.

Dílo je koncipováno jako teoreticko-empirické. V syntéze poznatků (kap. 1) jsou shrnuta hlavní anatomicko-fyziologická a matematicko-fyzikální východiska celé problematiky. Cíle práce jsou stanoveny v kap. 2. V teoretické části (kap. 3) je proveden fyzikální rozbor indentační metody. Empirická část (kap. 4) se věnuje popisu validačních experimentů. V diskusi (kap. 5) jsou shrnuty zjištěné poznatky, sestavena doporučení pro rozvoj indentační metody a nastíněny možnosti její aplikace.

1 Syntéza poznatků

1.1 Strukturální a funkční podstata měkkých tkání pohybového systému člověka

Základními strukturálními a funkčními jednotkami celého lidského organismu jsou buňky. Jejich organizací vznikají tkáně a tkáňové komplexy neboli orgány (Dylevský, 2007). Přestože je každá buňka od svého okolí oddělena buněčnou membránou, není zcela izolována. Mezi jejím vnitřním prostředím a mezibuněčným prostorem dochází k neustálé výměně látek a toku energií. Buňky, potažmo celý organismus, tedy tvoří otevřený systém, který je vlivem fyzikálních, chemických a biologických procesů udržován ve stavu tzv. dynamické rovnováhy – homeostázy. Pokud je tato rovnováha narušena, je spuštěna celá řada obranných – adaptačních mechanismů směřujících k její obnově. V případě, že tyto mechanismy selžou nebo jsou neúčinné, buňky kolabují nebo dokonce odumírají.

Výchozím principem pro správný chod všech buněčných procesů je fakt, že člověk patří mezi tzv. chemoorganotrofní aerobní organismy (Matouš, 2010). To znamená, že zdrojem energie i uhlíku pro jeho život jsou chemické organické látky (sacharidy, lipidy, proteiny) a konečným akceptorem elektronů všech chemických dějů v jeho těle je kyslík O_2 . Lidský organismus je tedy závislý na příjmu potravy obsahující živiny a na dýchání kyslíku rozpuštěného ve směsi plynů, nejčastěji vzduchu. Řada fyziologických procesů buněk je kromě chemických faktorů podmíněna i faktory fyzikálními. Jedná se zejména o osmotické jevy, které jsou založeny na koncentračních rozdílech tzv. osmoticky aktivních částic (iontů) uvnitř a vně buněk. Vzhledem k tomu, že trávení člověka je navíc založeno na hydrolytickém štěpení, je podmínkou živé existence všech buněk příjem vody a minerálních látek.

V závislosti na druhu buněk, jejich umístění, funkci a dalších determinantech lze předpokládat i odlišné biomechanické vlastnosti tkání, které jsou z nich tvořeny. Bližší popis těchto souvislostí týkajících se konkrétně pohybového (motorického) systému člověka je uveden v následujících podkapitolách.

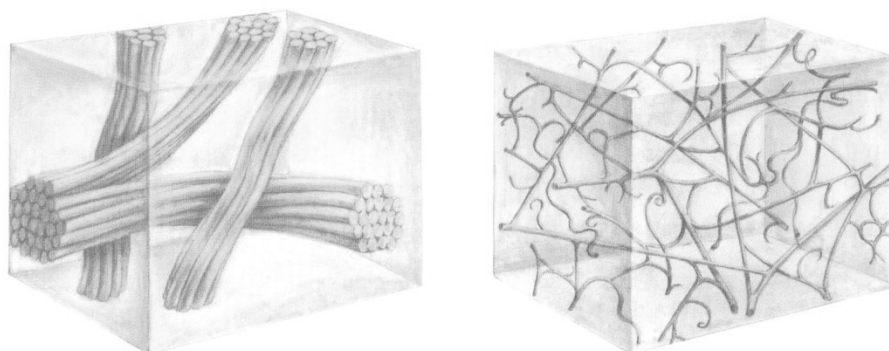
1.1.1 Anatomicko-histologická struktura pohybového systému člověka

Na motorický systém stejně jako na celého člověka lze pohlížet dvěma způsoby. První, histologický přístup vychází ze samotného buněčného uspořádání lidského organismu. Tím lze zkoumat podstatu a příčiny dějů, které se v něm odehrávají a jejich vzájemné souvislosti. Druhý, anatomický pohled pak umožňuje názorný systematický popis všech strukturálně a funkčně samostatných komplexů.

Anatomicky lze pohybový aparát člověka rozdělit na skelet a svalstvo (Čihák, 2001). Skelet je tvořen kostmi, chrupavkami a vazy. Jejich úkolem je jednak opora těla, jednak výplň prostorů mezi orgány a jejich obaly. Dohromady skeletární buňky (osteocyty, chondrocyty, fibrocyty atd.), představují tzv. pojivovou tkáň. Z biomechanického hlediska kosti reprezentují biomateriály, které bývají označovány jako tvrdé tkáně. Znamená to, že se vyznačují poměrně vysokou tvrdostí, tedy schopností odolávat vnikání do své struktury. Chrupavky oproti kostem představují tkáň měkké. Existuje celá řada studií mechanických vlastností těchto složek pohybového aparátu. Namátkou lze uvést Lukeše, Otahala (2009) nebo Frankeho et al. (2011). Nespornou výhodou při jejich zkoumání je fakt, že při dodržení jistých konzervačních podmínek (vlhkost, teplota atd.) se jejich biomechanické vlastnosti *in vivo* a *in vitro* příliš neliší.

Mezi další měkké tkáně patří vazivo. Je složeno z fixních a bloudivých buněk nacházející se v amorfní, popřípadě vláknité mezibuněčné hmotě/matrici. Obsahuje vláknité složky kolagen a elastin (Klika 1989). Podle jejich podílu ve své vnitřní struktuře se vaziva dělí na různé typy (řidké, tukové, mezenchymové, kolagenní, elastické atd.)

Kolagenní fibrily se skládají z paralelně uspořádaných mikrofibril propůjčujících vazivové tkáni pevnost a tuhost. Vzhledem připomínají zvlněná vlákna, která se v první fázi namáhání narovnávají. Kolagenní vlákna jsou ohebná a velmi pevná na tah, jsou základní stavební složkou šlach, vazivových obalů – perimysium internum či externum, a jsou součástí kloubních pouzder. Elastin představuje jednoduchá přímá vlákna propůjčující vazivové tkáni pružnost. Natažení těchto vláken předchází deformaci kolagenních vláken. Pro srovnání obou vláknitých složek je uveden obr. 2.



Obr. 2: Kolagenní a elatické fibrily řídkého vaziva (schematický model).
(Pramen: Čihák, 2001.)

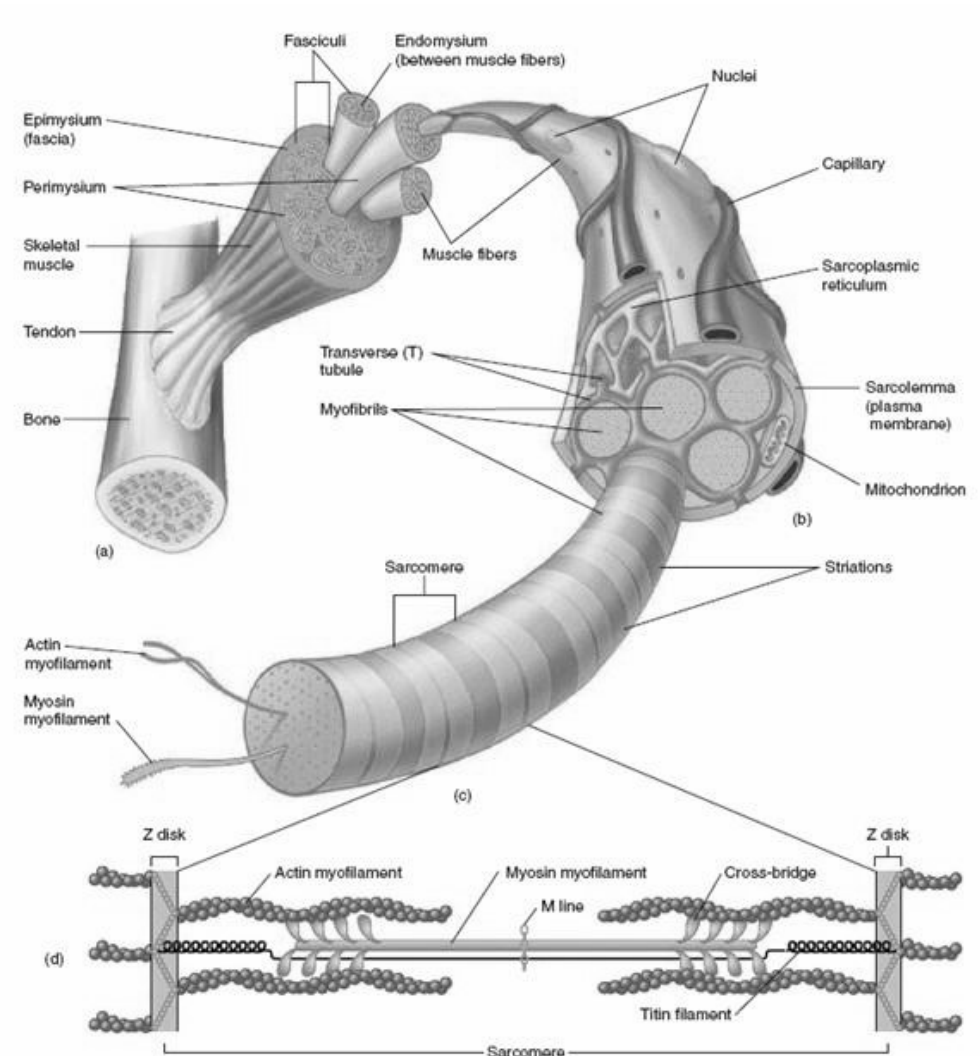
Vazivová tkáň je pasivní struktura, která nepotřebuje být a ani není inervována pro aktivaci. Jsou zde samozřejmě přítomné nervové struktury, ale čistě z logistických důvodů. Tudíž nedochází ke změně vlastností a podmínek uvnitř vazivové tkáně (Wren et al., 2001; Huo et al. 2001). Její biomechanické vlastnosti lze považovat do jisté míry za stálé.

Aktivní složkou motorického systému je tkáň kosterní svaloviny. Její základní vlastností je schopnost kontrakce. Z anatomického hlediska je kosterní svalstvo zavzato do ochranného pouzdra neboli fascie a pomocí šlach se upíná na různá místa skeletu. Je ovládané vůlí a umožňuje člověku pohyb (Dylevský, 2007).

Svalová tkáň se skládá ze svalových buněk, případně syncytia, vazivové tkáně s cévami. Důležitou funkci ve svalové tkáni plní nervy a jejich nervová zakončení. Výživa je pak zajištěna složitou strukturou cév. Morfologickou a zároveň funkční jednotkou příčně pruhované kosterní svaloviny je svalové vlákno, dlouhý, mnohojaderný, syncytiální útvar. Povrch vlákna je kryt buněčnou membránou (sarkolemou), pod kterou jsou uložena početná jádra. Tato buněčná membrána je 9 nm tlustá a pravidelně se vychlípje do svalového vlákna v podobě příčných tubulů, které tak umožňují komunikaci s extracelulárním prostorem (Lüllman-Rauch, 2009). Příčné tubuly jsou základem tzv. T-systému, který umožňuje šíření nervového vzruchu od povrchu do nitra svalového vlákna (Kittnar et al., 2011).

Svalová vlákna – myofibrily jsou hustě uspořádané a podélně orientované řady vláken. V mikroskopu se střídají silně a slabě dvojlomné substance a celá struktura se jeví žíhaná. Z tohoto důvodu se též používá druhý název – příčně pruhovaná svalová tkáň.

Myofibrila se skládá z 1000 až 2000 myofilament aktinových a myozinových (Lüllman-Rauch, 2009).

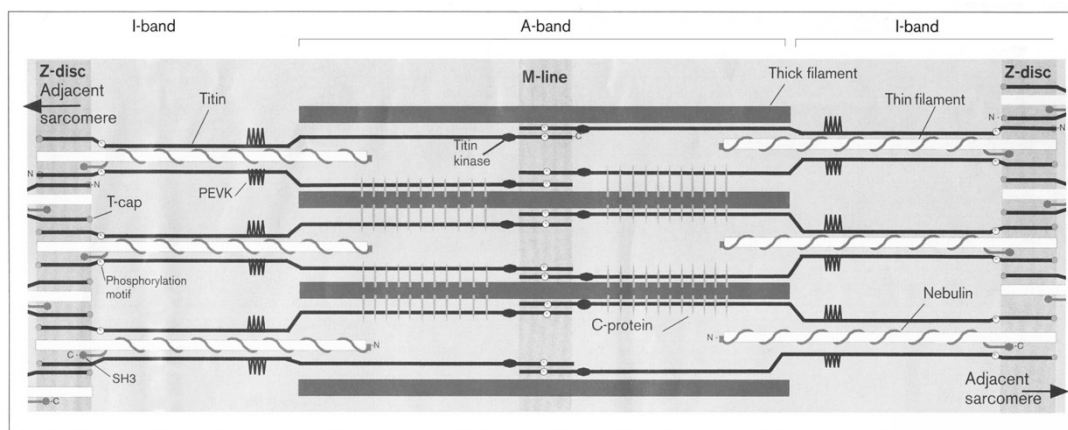


Obr. 3: Model struktury kosterní (příčně pruhované) svaloviny.
(Pramen: *AnatomyESHs*, 2014.)

Na obrázku 3, který celou strukturu svalové tkáně názorně popisuje, je v dolní části dobře patrný aktinomyozinový komplex. Ten tvoří základní funkční a strukturální složku rozepjatou mezi Z disky.

Na stavbě a soudržnosti sarkomer se podílejí nejméně dva další typy filament. Titin a Nebulin. Titin je poměrně velký elastický lineární fibrilární protein, který díky své délce

sahá od Z-linie až k myosinové oblasti uprostřed sarkomery (M-linii). Titin má tendenci stahovat sval a vytváří pasivní odpor protahujícím svalovému vláknu (Pollard et al., 2007; Lodish et al. 2004). Tím v podstatě chrání sarkomeru před přetržením. Schematicky je tento princip znázorněn na obrázku 4. Filamenta nebulinu pak provázejí aktinová filamenta a pravděpodobně střeží jejich definovanou délku (Lüthman-Rauch, 2009; McElhinny et al. 2003; Witt et al. 2006).



Obr. 4: Titin a nebulin ve struktuře příčně pružované svaloviny.
(Pramen: Wikipedie, 2014.)

Protože svalová tkáň je aktivní složkou pohybového systému, její biomechanické vlastnosti jsou proměnlivé a kromě její struktury závisí na míře její aktivace. Hlavním fyziologickým činitelem bude tzv. svalový tonus, viz kap 1.2.2. Jak dokazuje obrázek 5, je třeba si taktéž uvědomit, že šlacha svalu je histologicky jinak strukturovaná než sval samotný a tudíž její mechanické vlastnosti budou také jiné.

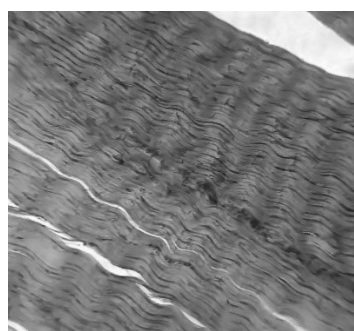
Důležitým anatomickým hlediskem při neinvazivním výzkumu mechanických vlastností měkkých tkání pohybového aparátu *in vivo* a *in situ* je fakt, že bývají relativně hluboko uložené a nejsou tedy přímo dostupné. Povrch těla je kryt kůží, pod níž se vyskytuje podkoží a tuková vrstva (Platzer, 2012). Teprve pod nimi, a to ještě pouze v dobře přístupných místech (horní a dolní končetina), je možné narazit na svalovou fascii a svaly samotné.



a)



b)



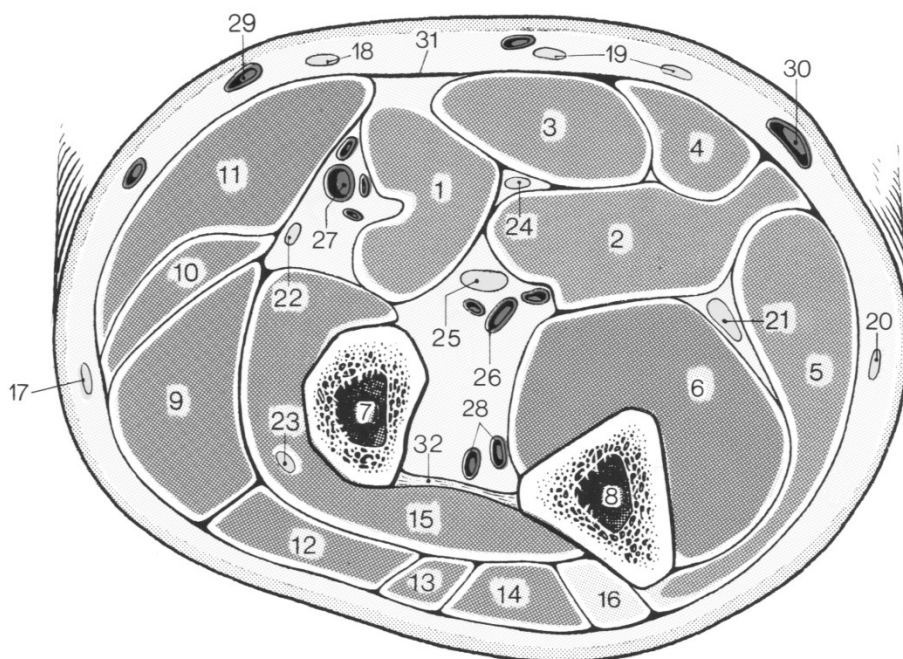
c)

Obr. 5: Srovnání histologické struktury kosterního svalu a šlachy.
(Pramen: a) Grim, 2013, b) a c) LF1.CZ, 2014.)

Legenda:

- a) myotendinozní spojení,
- b) kosterní sval (svalová vlákna s jádry uloženými pod sarkomerou),
- c) šlacha (svazky rovnoběžně uspořádaných kolagenních vláken a oploštěná jádra fibrocytů).

Mechanickou kompresí (např. při palpačním vyšetření nebo při indentaci, viz dále) je tak nutné promáčknout nejprve všechny vrstvy nad svalem. Výhodou je, že kůže, tuk i fascie jsou taktéž měkké tkáně. Nevýhodou je, že zpravidla nejsou známy jejich mechanické charakteristiky. Situaci dále komplikuje fakt, že svaly bývají uloženy ve vrstvách (viz obr. 6) a není možné je jednoduchým detekčním způsobem od sebe oddělit. Tuto nevýhodu lze odstranit nalezením anatomicky vhodných míst, kde je příslušný sval dobře identifikovatelný (je blízko povrchu a je kryt minimálním množstvím jiných měkkých tkání). Obvykle je nutná i standardizovaná poloha vyšetřovaných segmentů. Nutnost spolupráce s odborníkem na tuto problematiku (lékař, fyzioterapeut apod.) je zde evidentní.



Obr. 6: Řez proximální třetinou pravého předloktí (pohled z distální strany).
(Pramen: Platzer, 2012.)

Legenda:

- | | |
|------------------|----------------------------------------------------------|
| 1 až 6 a 9 až 16 | – svaly předloktí uložené ve vrstvách, |
| 7 až 8 | – kosti předloktí (radius a ulna), |
| 17 až 30 | – cévní (červeně a modře) a nervové (žlutě) zásobení HK, |
| 31 | – fascia antebrachii, |
| 32 | – membrana interossea (vazivový útvar). |

1.1.2 Vybrané poznatky z fyziologie kosterního svalstva

Aktivita motorického systému se projevuje svalovou činností, která zajišťuje zaujetí a změnu polohy organismu v prostoru. Tato činnost je dána kontraktilní schopností svalové tkáně a je podmíněna funkčním neuromuskulárním propojením. Tedy nesmí být poškozena svalová struktura a musí fungovat reflexní oblouk spolu s řízením na centrální úrovni (viz kap. 1.1.3).

V případě, že jsou měkké tkáně uloženy hluboko ve skeletem chráněné oblasti (pánevní dno, ventrální strana páteře apod.) není detekce mechanických vlastností těchto struktur *in vivo* a *in situ* palpací nebo pomocí deformačních zátěžových zkoušek vůbec možná a je třeba hledat jiné experimentální metody.

Podle Kittnara (2011) a jiných autorů lze svalovou kontrakci rozdělit na izotonickou (při stálé zátěži se sval zkracuje) a izometrickou (sval vyvíjí sílu, ale nestahuje se). Z termodynamického hlediska se vždy jedná o přeměnu chemické energie získanou z ATP na energii mechanickou (viz kap. 1.2). Schopnost kontrakce je tedy podmíněna dostatečným přísunem ATP. Ten je zajištěn z různých zdrojů nejčastěji přeměnou svalového glykogenu. Je základní biochemickou podmínkou svalové činnosti (Matouš et al., 2012). V zásadě existují dva druhy biochemických procesů, ze kterých je syntetizován ATP a hrazena energie pro svalovou práci. Jedny jsou oxidativní neboli aerobní, druhé neoxidativní, čili anaerobní. Bez hlubšího chemického rozboru je vhodné podotknout, že aerobní procesy se vyznačují lepší výtěžností energetického substrátu ATP a tím i vyšší účinností. Finálními metabolity těchto přeměn jsou pak H₂O a CO₂. Anaerobní procesy proti tomu představují méně účinné mechanismy. Výhodou je, že energie z nich je dostupná bez přístupu O₂, což se může uplatnit při náročných svalových aktivitách. Nevýhodou je, že při nich vznikají odpadní metabolity (např. La⁻ nebo H⁺), které organismus sekundárně musí odbourávat v jiných metabolických drahách. Při vyšším množství nahromadění těchto metabolitů pak dochází k narušení acidobazické rovnováhy ve svalech a k omezení jejich činnosti. Tyto mikrostrukturální změny mohou mít vliv na biomechanické vlastnosti svalu jako takového a je s nimi třeba při studiu těchto tkání počítat.

Podle míry uplatnění výše popsaných procesů, lze v histologické stavbě svalů nalézt několik typů svalových vláken, které tak mají odlišnou histochemickou strukturu a taktéž se podílejí na různých typech svalové činnosti (Havlíčková, 1997; Grasgruber, Cacek, 2008):

1. Pomalá svalová vlákna, typu I, SO (Slow oxidative).

Histologicky velmi tenká (cca 50 μm na průměru), mají méně myofibril, hodně mitochondrií a přítomnost většího množství myoglobinu (obdobu krevního barviva) jim dodává červenou barvu. Jsou bohatě prokrvena.

Funkčně je jejich činnost ekonomičtější, založená na aerobním metabolismu a jsou proto vhodnější pro stavbu svalů zajišťující spíše statickou a polohovací činnost s malou rychlostí kontrakce.

2. Rychlá svalová vlákna, typu II A, FOG (Fast oxidative glycolytic).

Histologicky objemnější (cca 80-100 μm na průřezu), mají více myofibril a méně mitochondrií. Jsou středně prokrvena.

Funkčně jsou uzpůsobena jak pro aerobní, tak anaerobní metabolismus přísun energie. Hodí se pro výstavbu svalů zajišťujících středně rychlý pohyb prováděný velkou silou. Jsou odolná proti únavě, ale ne jako typ I.

3. Rychlá svalová vlákna typu II B, FG (Fast glycolytic).

Histologicky velmi silná s nízkým obsahem myoglobinu i oxidativních enzymů. Obsahují velký počet myofibril a málo mitochondrií.

Funkčně, díky silně vyvinutému sarkoplazmatickému retikulu a vysoké aktivitě Ca^{++} a Mg^{++} iontů, u nich dochází k rychlému stahu. Jsou určena pro stahy provádějící rychlé pohyby prováděné maximálním úsilím. Jsou velmi málo odolná proti únavě. Využívají pouze anaerobní metabolismus přísunu energie.

V různých svalech motorického systému se vyskytuje různé zastoupení typů svalových vláken. Jejich poměr je dán více méně geneticky. Jak uvádí (Grasgruber, Cacek, 2008) je doložený transfer mezi typy vláken z II B na II A a to vlivem dlouhodobého vytrvalostního tréninku. Transfer mezi typy vláken I a II je podle některých studií také možný, ale zřejmě neprobíhá v takovém rozsahu. Nebo probíhá, ale za velmi dlouhý čas.

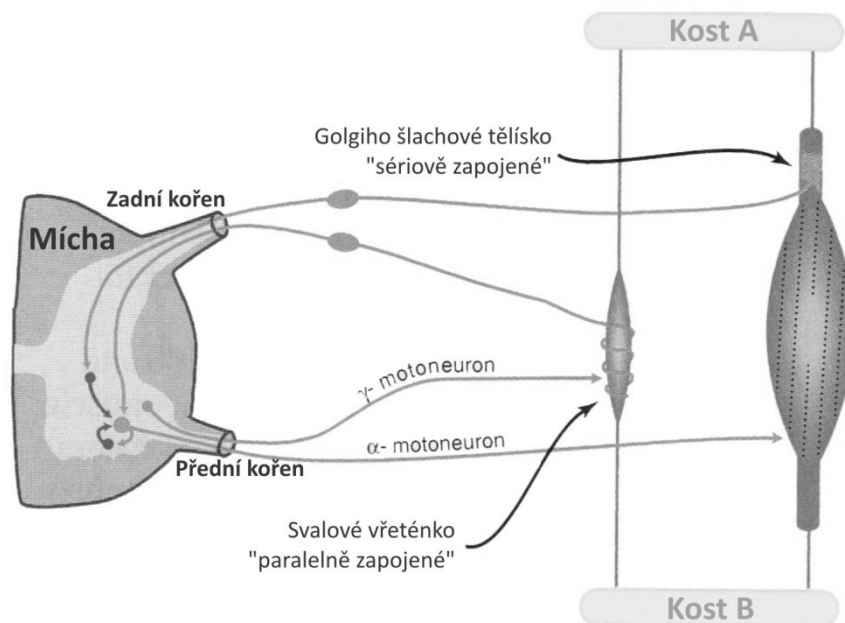
Další fyziologickou podmínkou pro svalovou kontrakci je přítomnost určitého svalového napětí neboli tonu. Trojan et al. (2005) uvádí, že každý sval je reprezentován určitým stupněm napětí, mírnou, trvalou aktivitou motorických jednotek, která probíhá úplně v klidu. Pojem svalový tonus může být tedy chápán jako každý stav vnitřního napětí svalu, který nebyl vyvolán volným úsilím. Jiní autoři (Kolář et al., 2009; Ganong, 1995; Ambler, 2006; Clemmensen, 1951; Masi a Hannon, 2008; McPherson et al., 1982; Simons a Mense, 1998 a další) uvádějí, že svalový tonus je odpor relaxovaného svalu při pasivním protažení. Kromě odporu proti protažení se relativně méně často uvádí jako kritérium palpační odpověď (viz kap 1.1.4), kdy se tkáň pod palpujícími prsty zdá různě poddajná, tuhá či pevná (Kolář et al., 2009; Véle, 2006; Masi a Hannon, 2008; Latash a Zatsiorsky, 2006). Dle Panjabiho (v Masi a Hannon, 2008) i tento pojem zahrnuje celou řadu biomechanických vlastností, jako je tuhost, napětí, elasticita, viskoelasticita a tixotropie. Na tomto místě je nutné zmínit, že i když termín svalový tonus bývá v odborné literatuře často používán, jedná se o pojem bez jednoznačné definice, který je stále předmětem diskusí a bádání, viz např. (Kolář et al., 2009; Ambler, 2006; Clemmensen, 1951; Masi a Hannon, 2008; McPherson et al., 1982; Simons a Mense, 1998). Z nich vyplývá, že svalový tonus je nutné chápat jako soubor mechanických (reologických) a neurofyziologických vlastností kosterní svaloviny (Masi a Hannon, 2008; Fenn a Garvey, 1934).

Kittnar (2011) uvádí, že napětí ve svalech je dvojího typu. Jednak je to přítomný klidový tonus vyvolaný elastickými strukturami (titin, pojivová tkáň), který podmiňuje pasivní vlastnosti svalu a také příznivou výchozí polohu svalů pro jejich stah. Klidový

tonus je zajišťován a udržován na určité úrovni především proprioceptivními spinálními reflexy a gama systémem. Druhý tonus se nazývá reflexní. Ten je vyvolán malým procentem aktivně se kontrahujících svalových vláken, jejichž aktivita je závislá na úrovni protažení svalů a řízení z centrální nervové soustavy (CNS). Jeho smyslem je napomáhat k uskutečnění náhlé kontrakce. Zajímavý pohled na rozlišení toho, co se pod pojmem svalový tonus skrývá, přináší Simons a Manse (1998). Ti se drží definice odporu proti protažení, nicméně jej dělí podle kritéria, zda je v něm zahrnuta svalové excitace, která je měřitelná pomocí EMG, či nikoliv.

1.1.3 Stručný přehled neurofyzologie svalové motoriky a receptorového čítí

Z předchozí kapitoly vyplývá, že pro kontraktální činnost svalové tkáně je podstatné funkční neuromuskulární propojení (viz obr. 7). To zajišťují motoneurony, které jsou uloženy v motorických jádrech uvnitř páteřní míchy a kontrolují jednotlivé svalové skupiny.



Obr. 7: Struktura neuromuskulárního propojení.
(Pramen: *přepřacováno podle Squire, Berg, Bloom, Du Lac, Chosh, Spitzer, 2008.*)

Každý motoneuron posílá svůj axon do příslušného svalu, kde inervuje určitý počet svalových vláken. Motoneuron spolu se svým axonem a svalovými vlákny tvoří motorickou jednotku. Proto se někdy místo tří typů svalových vláken hovoří o typech motorických jednotek (Rossignol, Dubuc, Gossard, 2006). Existují tři typy motoneuronů (viz obr. 7): α -motoneuron, ze kterého jde myelizovaný axon do příčně pruhovaných myofibril, γ -motoneuron, který inervuje svalové vřetenko (proprioceptor, viz dále) a v neposlední řadě poměrně nedávno nalezená nervová struktura β -motoneuronu (Lanuza a kol. 2004), která má duální funkci. Inervuje jak myofibrily, tak svalové vřetenko (na obr. 7 není znázorněn). Tudíž vytvoří jakýsi informační most mezi inervací svalového vlákna a svalového vřetenka. Všechny tři typy motoneuronů jsou propojeny se svalovým vřetenkem nebo se svalovým vláknem prostřednictvím svých výběžků axonů, které jsou součástí periferních nervů. Motoneurony jsou aktivovány interneurony s různými motorickými programy a z různých motorických center, odkud se dostanou prostřednictvím sestupných drah mezimozku a mozkového kmene (Dylevský, 2009).

Jak bylo zmíněno v kap 1.1.2, lokomoce je podmíněna taktéž existencí svalového tonu. Jeho časoprostorové koordinované změny umožňují činnost jak opěrné, z velké části reflexní motoriky, tak i variabilitu volných pohybů. Fyziologický svalový tonus je zajištěn jak míšními reflexy, které jsou generované na podkladě stimulace periferních receptorů (extero a propioceptivní míšní reflexy), tak regulačními okruhy vyšších etáží CNS.

Pro kvalitní pohybovou činnost a schopnost motorického učení, tj. získávání nových motorických dovedností, je nutná i intaktnost sensorického aferentního systému a CNS. Díky CNS je obsah získaných informací analyzován a srovnáván s předchozí zkušeností organismu. Po ověření významu vjemu informuje senzitivní kortex motorická centra a dojde k vygenerování pohybu (Myslivoček, 2009). Zainteresované oblasti mozku se významně liší v závislosti na tom, zda je pohyb čistě reflexní (např. změna svalového tonu jako součást systému opěrné motoriky) nebo volní, vyžadující přesnou koordinaci. Obrovský význam při ontogenetickém vývoji motoriky má rovněž limbický systém, jehož struktury zajišťují pozornost, motivaci a tvorbu paměťových stop pro nové motorické dovednosti (Dylevský, 2012). Po aktivaci příslušných motorických výkonných center je pohyb neustále průběžně analyzován, porovnáván se zamýšleným pohybem a korigován na základě sensorických informací v závislosti na složitosti a novosti pohybu (Petrovický,

2008). Z výše uvedeného vyplývá těsný a funkčně neoddělitelný vztah senzorického a motorického systému.

Kittnar (2011) píše, že periferii senzitivního nervového systému představují receptory, které po dosažení prahové hodnoty podnětu, transformují vjem vyvolaný různými druhy energie na bioelektrický potenciál (transdukce). Rozdílné receptory reagují optimálně na různou kvalitu podnětu. Vedle nich existují receptory, které reagují na poškození tkáně nezávisle na druhu podnětu. Po dosažení prahové intenzity podnětu dochází k vzniku receptorového akčního potenciálu, který je veden aferentním senzitivním vláknem různého typu do ganglií zadních kořenů míšních, ganglia n. V a n. IX. Periferní senzitivní vlákna se liší zejména v průměru, míře myelinizace a rychlosti vedení. Vlákna jednoho míšního kořene inervují oblast těla označenou jako míšní segment. Ten, je v případě senzitivní inervace, označen jako dermatom, v případě motorické inervace jako myotom (Petrovický, 2008).

Podle lokalizace se receptory někdy rozdělují na exteroceptory, které přijímají podněty zevního prostředí, proprioceptory sloužící k detekci informací o vnitřních dějích organismu a interoreceptory reagující na mechanické a chemické podněty vnitřního prostředí (Petrovický et al., 2008). Pro informace o pohybu jsou nejvýznamnější proprioceptory. Ty se nacházející v kloubních pouzdrech, kde registrují polohu segmentů a jejich změnu. Ve svalech se vyskytují svalová vřeténka, která primárně reagují na změnu délky svalu. Šlachová tělíska jsou lokalizována v oblasti úponu svalu a registrují změnu svalového napětí.

Z hlediska zkoumání mechanických vlastností měkkých tkání *in vivo* a *in situ* je dobré si uvědomit, že celá řada receptorů je umístěna v kůži. Podle výše citovaných autorů mezi tyto tzv. taktilní receptory patří Merkelovy disky, které jsou lokalizovány nejpoivrchněji v epidermis, pomalu se adaptují a jejich optimálním podnětem je dotyk či lehký tlak delšího trvání. Dále jsou zde rychle adaptující se Meissnerova tělíska uložená v korigu. Optimálním podnětem je mechanické chvění či jemný dotyk. Patří sem pomalu se adaptující Ruffiniho tělíska lokalizována v hlubokých vrstvách korigu. Jejich optimálním podnětem je napínání kůže. Podílí se taktéž na propriopecii. Důležité jsou chladové a tepelné receptory. Optimálním podnětem je změna teploty okolní kůže. Vater-Paciniho tělíska jsou lokalizována v tela subcutanea a vyznačují se rychlou adaptací. Optimálním podnětem je vibrace o vyšší frekvenci, či jemný dotyk. Volná nervová zakončení jsou lokalizována jak v kůži, tak v hlubších tkáních. Reagují buď specificky

na některý druh energie při intenzitě poškozující organismus (např. termo či mechano senzitivní receptory), či nespecificky při dosažení této úrovně nezávisle na druhu vyvolávající energie.

1.1.4 Palpační vyšetření svalového tonu

Vzhledem k nedostatku explicitní definice svalového tonu je třeba vymezit, v jakém smyslu je chápán v této práci. Zde je svalový tonus definován jako mechanická odezva na palpační vyšetření, viz obr 8. Kopecká (2018) uvádí: *“Palpace patří mezi nejstarší vyšetřovací techniky. Při diagnostice měkkých tkání pohybového aparátu hraje zásadní roli. Její využití zejména ve fyzioterapii je velmi široké. Lze s ní hodnotit např. konzistenci, hladkost, posunlivost či protažlivost vyšetřované tkáně, případně teplotu a vlhkost povrchu těla. S využitím reakce pacienta lze odhadnout i bolestivost vyšetřovaného místa.”*



Obr. 8: Ukázka palpačního vyšetření měkkých tkání pohybového aparátu člověka.
(Pramen: [https://www.scoop.it/topic/massage-therapy-by-ovcmt.](https://www.scoop.it/topic/massage-therapy-by-ovcmt))

Technika palpance je subjektivní metoda závislá na zkušenosti examinátora. Z hlediska svalového tonu fyzioterapeuti rozlišují odchylky od normálního klidového stavu a to na hypertonus a hypotonus. Normativ však není nijak definován, ani jinak určen. To otevírá možnosti pro zavedení objektivních technik ke stanovení odporu tkáně proti protlačení, tedy pro indentační metody.

Navíc těsné propojení míry svalového napětí s činností nervové soustavy vede z biomechanického hlediska ke dvěma závěrům. Prvním je, že lze na základě diagnostiky svalového tonu usoudit na stav CNS. Problematikou posouzení hyper-, normo- a hypotonu svalové tkáně se ve svých dílech zabývá celá řada autorů (Gross, Fetto, Rosen, 2002; Jörg et al., 2000; Kaňovský et al., 2004; Véle, 2006; Stupka, 1999, 2000, 2001). Přestože její rozsah je nad rámec vytčených cílů této práce, dokazuje to důležitost kvantitativního zhodnocení stavu svalového napětí v klinické praxi.

Za druhé je nutné si uvědomit, že při studiu mechanických vlastností svalů je třeba zohlednit jejich vazbu na CNS. Ty mohou být ovlivněny nejen patologickými procesy motorického nebo nervového systému, ale i únavou, věkem, pohlavím či psychickým stavem vyšetřovaného jedince a dalšími stochastickými faktory. Kolář et al. (2009) nebo Lewit (1995) dokonce tvrdí, že kvantitativní zhodnocení mechanického stavu svalů není přístrojově možné. A nejde jen o vysokou variabilitu zjištěných dat. Základním typem vyšetření svalového tonu je totiž palpační vyšetření, kdy examínátor pomocí přiložené ruky a hlavně prstů hodnotí velikost mechanického odporu tkáně při deformaci. Kromě toho však také hodnotí okamžitou vlhkost, teplotu, konzistenci, drsnost či jemnost kůže a taktéž propioceptivní komponenty (viz kap. 2.3).

Těmto tvrzením oponuje Šifta (2005) následovně. Palpační vyšetření je druh měření a je tedy zatíženo chybou. Převážně pak lze tvrdit:

1. Sebezkušenější examínátor není svými smysly schopný propioceptivní složku vnímat.
2. Vnímavost examínátora se v čase liší, a to podle toho, jak je jeho CNS excitovaný, dále podle toho, v jakou denní dobu vyšetřuje a v neposlední řadě jaký je stav jeho psychiky.
3. Nelze porovnat palpační vyšetření z minulých návštěv a nynějšího stavu.
4. Palpační vyšetření je subjektivní vjem, který by do Evidence based Medicine neměl patřit.
5. Palpačním vyšetřením lze jen obtížně určit, o jakou tkáň se jedná. Tedy zda je palpováno vazivo nebo svalová tkáň.

Dále Šifta, Otáhal a Süssová (2005) poukazují na to, že na základě palpačního vyšetření se indikují léky na snížení svalového napětí – myorelaxancia. Ty působí centrálně a

snižují svalové napětí globálně, což přináší celou řadu komplikací ve smyslu vzniku funkčních poruch na jednotlivých segmentových úrovních. Metoda objektivního zhodnocení stavu svalové tkáně je tedy důležitá.

1.1.5 Shrnutí

Z výše uvedeného vyplývá, že tkáně pohybového systému člověka lze z biomechanického hlediska rozdělit na tvrdé a měkké. Mezi měkké tkáně patří chrupavky, vazivo a svaly. Vazivo je pasivní struktura s fyzikálními vlastnostmi, které lze v krátkodobém časovém horizontu u konkrétního jedince považovat za neměnné. Svalová tkáň je neustále, tedy i v klidu, udržována ve stavu mechanického napětí. To je úzce spjato s CNS a je proměnlivé v závislosti na celé řadě determinantů (genetika, psychika, patologické stavy, denní doba, únava, apod.). V úvahu je třeba vzít i strukturální změny ve svalové tkáni způsobené zvýšeným prokrvením a anaerobními metabolickými procesy při intenzivní svalové činnosti.

Dále je třeba si při zkoumání mechanických vlastností vazivových struktur a svalů *in vivo* a *in situ* uvědomit, že jsou uloženy pod vrstvou kůže, podkoží, tuku a fascií, které také patří mezi měkké tkáně. Vzhledem k četným senzitivním receptorům v nich umístěných je však nelze považovat za zcela pasivní. Naopak je nutné předpokládat, že zejména při mechanickém typu vyšetřování (palpace) stavu pohybového aparátu člověka jsou tyto receptory aktivovány. Tím, že stejně jako motorické proprioreceptory předávají informaci do CNS, vytvářejí spolu s celým neuromuskulárním propojením zpětnovazební systém, který má vliv na zjišťované charakteristiky.

1.2 Měkké tkáně pohybového aparátu člověka jako otevřené termodynamické systémy

Z předcházející kapitoly vyplývá, že měkké tkáně pohybového aparátu člověka mají, stejně jako všechny ostatní biologické struktury, značně složitou histologicko-fyziologickou podstatu. Nejinak je tomu i z pohledu termodynamiky. Fyzikální terminologií lze takové objekty identifikovat jako otevřené nehomogenní a anizotropní termodynamické systémy (dále jen systémy), které se navíc vyznačují kompozitním charakterem a mají schopnost adaptability.

Další komplikací je velký počet determinantů, které určují výsledné vlastnosti studované tkáně. Konkrétně u kosterního svalstva je nutné vzít v úvahu věk, pohlaví nebo fyzickou vyspělost člověka. Dále nelze opomenout teplotu, způsob a délku zatěžování svalové tkáně atd. V neposlední řadě je třeba zohlednit neuromuskulární interakci. Obecně není možné přesně určit, které všechny faktory a jakým způsobem ovlivňují termodynamické chování takovýchto systémů. Z matematického hlediska lze konstatovat, že biolátky vykazují stochastické chování a je nezbytné k nim při empirickém výzkumu takto přistupovat.

Je zřejmé, že popsat a objasnit fyzikální vlastnosti biokompozitů je velmi složitý úkol, který se neobejde bez jistých zjednodušení. V první řadě je důležité položit si otázku, jakým fyzikální způsobem na biomateriály nahlížet. K dispozici jsou možné dvě alternativy.

První, mikroskopický přístup, dovoluje odhalit příčiny jednotlivých pozorovaných jevů a úplně tak vysvětlit důvody proč se zkoumaný fyzikální systém chová právě daným způsobem. Podstata takového přístupu vychází ze samotné atomární struktury všech látek a vede k diskretizaci celé problematiky. V takovém případě by bylo nutné využít znalostí molekulární dynamiky nebo dokonce kvantové teorie. To bohužel není díky obrovské složitosti biologických struktur reálné.

Druhý, makroskopický pohled na biolátky, vychází z představy spojitého rozložení hmoty v tělese - kontinuu. Tímto fenomenologickým přístupem sice není možné dospět k úplnému vysvětlení podstaty fyzikálních zákonitostí, kterými se vybraný systém řídí, ale stačí to k jejich odhalení a popsání. Tuto možnost nám nabízí oblast teoretické fyziky zvaná termodynamika kontinua a je pro popis mechanických vlastností kompozitních struktur hojně využívána.

1.2.1 Základní úvahy o termodynamice otevřených systémů

Výchozím principem, na kterém je termodynamika kontinua založena, je možnost rozložení každého systému (tělesa) na množinu materiálových bodů, které, díky interakci tělesa s prostředím, mění svoji polohu $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t)$ a teplotu $T = T(\mathbf{X}, t)$. Pomocí těchto dvou základních veličin je pak možné popsat chování a vývoj celého systému (Maršík, 1999). Je důležité zmínit, že tato fragmentace mimo jiné umožňuje, aby, i přes zachování tzv. lokální termodynamické rovnováhy v jednotlivých bodech (nutná podmínka pro zavedení teploty jako stavové funkce), se mohl celý systém nacházet v nerovnovážném stavu.

Další veličiny vhodné pro popis termodynamických dějů jsou definovány pomocí tzv. zákonů bilance. Tyto veličiny se v čase nemění a nazývají se invarianty neboli integrály pohybu. Mezi nejčastěji bilancované veličiny patří *hmotnost*, *hybnost*, *moment hybnosti*, *celková energie* a *entropie* a jsou definovány základním bilančním vztahem (1.1)

$$\dot{\Phi} = J(\Phi) + P(\Phi), \quad (1.1)$$

kde $J(\Phi)$ představuje tok veličiny Φ přes hranice systému a $P(\Phi)$ je její produkce v celém tělese (Maršík, 1999). Často se místo celkové energie bilancuje vnitřní energie. Příslušný vztah pak vede na I. termodynamický zákon (viz dále).

Během formulace bilančních zákonů jsou definovány ještě další veličiny, tudíž celkový počet termodynamických veličin je vyšší než samotný počet zákonů. K uzavření příslušného systému rovnic je tedy třeba nalézt jejich vzájemné materiálové neboli konstitutivní vztahy (Konvičková, 2006). K tomu jsou využívány dodatečné axiomy, vycházející z celkového filosofického pohledu na chování a vývoj hmoty (Maršík, 1999). Kromě známých axiomů kauzality, determinismu a objektivitě stojí za zmínku zejména axiom časové nevratnosti, který pomocí bilance entropie vede na II. termodynamický zákon a dále axiom největší pravděpodobnosti hovořící o „snaze“ každého systému dospět do stavu maximální entropie.

Z hlediska výzkumu měkkých tkání je třeba dále uvažovat axiomy materiálové invariance (konstitutivní vztahy musí respektovat symetrii vyšetřovaného tělesa) a axiomy okolí a paměti (vliv nejbližšího okolí a minulosti je nejsilnější).

Výchozí zákonitosti termodynamiky kontinua vyplývají z energetického pohledu na zkoumané systémy. V tomto smyslu je nutné zmínit I. zákon termodynamiky, který bilancuje celkovou vnitřní energii, mechanickou práci a teplo přivedené soustavě rovnicí

$$\dot{q} + \dot{w} = \dot{u} , \quad (1.2)$$

kde \dot{q} je hustota tepelného toku, \dot{w} je hustota mechanického výkonu a \dot{u} je časová derivace hustoty vnitřní energie. Pro hustotu vybrané veličiny případně, její časovou derivaci přitom platí (1.3)

$$x = \frac{X}{V} \quad \text{a} \quad \dot{x} = \frac{\dot{X}}{V} . \quad (1.3)$$

Dalším důležitým výchozím vztahem je II. zákon termodynamiky, který pro homogenní rozložení teplotního pole v kontinuu lze zapsat ve tvaru

$$\dot{s} \geq \frac{\dot{q}}{T} , \quad (\text{Clausiova nerovnost}) \quad (1.4)$$

kde s je hustota entropie S systému a T je jeho termodynamická teplota. Vztah (1.4) se dá pomocí rovnice (1.2) převést na tzv. disipační nerovnost

$$-s\dot{T} + \dot{w} \geq \dot{\psi} , \quad (1.5)$$

kde ψ je tzv. Helmholtzova volná (využitelná) energie definovaná vztahem

$$\psi := u - Ts . \quad (1.6)$$

Výraz (1.5) pak lze interpretovat tak, že část přivedené mechanické energie za jednotku času \dot{w} se v tělese uloží ve formě využitelné energie $\dot{\psi}$ a zbytek se disipuje. Je zajímavé si uvědomit, že v mechanice přetvoření těles pojem Helmholtzovy energie hraje roli deformační energie. Při deformaci, která neproběhne ideálně, tedy když ve vztahu (1.4)

platí pouze ostrá nerovnost, energie se sice neztratí, ale nebude již plně k dispozici. Tato „ztráta“ energie je úzce spjata s množstvím tepla, které si soustava vymění během deformačního procesu se svým okolím.

Funkce u a s plně charakterizují každý termodynamický systém a z jejich struktury vyplývají jeho materiálové vlastnosti. Rozpracováním energetických úvah, vzhledem k tvaru Helmholtzovy energie (1.6), je tedy možné dospět ke konstitutivním rovnicím různých typů těles (izotropní, anizotropní, stlačitelné, nestlačitelné atd.). Teorie poddajných těles budována na tomto obecném principu se nazývá teorií velkých deformací.

Nerovnost ve vztahu (1.4) je přímým důsledkem axiomu časové nevratnosti a dovoluje od sebe oddělit vratné (tepelně izolované, ideální) procesy od dějů nevratných (disipativních). Na změnu entropie lze pak pohlížet jako na součet dvou příspěvků,

$$dS = dS_{eq} + dS_{ir}, \quad (1.7)$$

kde veličina dS_{eq} představuje změnu entropie při termodynamicky vratném procesu a je spojena s výměnou tepla a látky s okolím tělesa. Veličina dS_{ir} pak znamená příspěvek k celkové změně entropie v důsledku nevratných (ireverzibilních) procesů uvnitř systému. Tím lze formulovat II. termodynamický zákon z pohledu materiálových (vnitřních) bodů celé termodynamické soustavy a to tak, že v libovolném podsystemu tělesa je přírůstek entropie vlivem probíhajících nevratných procesů kladný (1.8).

$$dS_{ir} \geq 0 \quad (1.8)$$

Z axiomu maximální pravděpodobnosti dále vyplývá, že pro systém, který spěje do stavu termodynamické rovnováhy, bude změna celkové entropie kladná. Pro otevřené systémy, které si se svým okolím mohou vyměňovat hmotu a energii, však tento předpoklad vždy neplatí. Naopak, díky zápornému toku entropie dS_{eq} (příjem tepla nebo částic z okolí) je možné celkovou entropii systému snižovat. V případě, že platí

$$dS_{ir} = -dS_{eq} \quad (1.9)$$

a tedy $dS=0$, lze systém udržovat ve stacionárním stavu více či méně odlišném od stavu rovnovážného. V těchto stavech s tzv. vysokou uspořádaností se nacházejí všechny živé biologické systémy.

Veličiny v rovnici (1.7) lze bilancovat, což vede na vztah (1.10), který je strukturálně shodný s obecnou bilanční rovnicí (1.1).

$$\dot{S} = \dot{S}_{eq} + \dot{S}_{ir} = J(S) + P(S) \quad (1.10)$$

Vzhledem k jasnému významu dS_{eq} (viz výše) je zřejmé, že produkce entropie $P(S)$ je svázána s časovou změnou dS_{ir} a souvisí s ireverzibilními ději uvnitř objemu tělesa. S využitím vztahu (1.3) lze zavést hustotu produkce entropie $p(S)$, pro kterou platí (Maršík, 1999) vztah (1.11)

$$\frac{P(S)}{V} = p(S) = \sum_{\alpha} J_{\alpha} X_{\alpha} \geq 0, \quad (1.11)$$

kde J_{α} jsou zobecněné termodynamické toky a X_{α} zobecněné termodynamické síly (Kvasnica, 1965). Hustota produkce entropie tak vyjadřuje míru disipace energie a tedy míru nevratnosti daného procesu.

Otázkou je, jak vyjádřit zobecněné toky ve výrazu (1.11). Při konstrukci těchto fenomenologických rovnic se vychází z faktu, že každý tok je obecně funkcí všech zobecněných sil (1.12).

$$J_i = J_i(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1.12)$$

V případě, že sledované stavy se nacházejí dostatečně „blízko“ rovnovážného stavu, lze zobecněné toky aproximovat lineární závislostí na příslušných zobecněných silách

$$J_i = \sum_{j=1}^k L_{ij} X_j, \quad (1.13)$$

kde L_{ij} je příslušný fenomenologický koeficient.

V lineární oblasti lze navíc množství fenomenologických koeficientů snížit díky Onsagerovým relacím reciprocity (1.14), kdy lze zobecněné toky i síly volit tak, aby příslušné koeficienty byly symetrické (Onsager, 1931).

$$L_{ij} = L_{ji} \quad (1.14)$$

Dalším důležitým principem platným v lineární oblasti nevratné termodynamiky je fakt, že u soustavy ve stacionárním stavu nabývá produkce entropie $P(S)$ extrémální hodnoty a to svého lokálního minima. Evoluci entropie v blízkém okolí stacionárního stavu lze pak zapsat vztahem

$$\frac{dP(S)}{dt} \leq 0. \quad (1.15)$$

Tento tzv. Prigoginův princip říká že:

„Při neměnných vnějších podmínkách otevřený systém, pro který platí lineární konstitutivní vztahy, spontánně spěje do stavu s minimální produkcí entropie. Tento stav se nazývá stacionární a není totožný se stavem termodynamické rovnováhy.“

Lineární nerovnovážná termodynamika mimo jiné umožňuje popis procesů přeměny energie v biologických systémech. V tomto smyslu největší zájem v nerovnovážné termodynamice vzbuzují stacionární stavy, které jsou charakterizované časově konstantními termodynamickými stavovými veličinami i v případě, že nejsou homogenní uvnitř celého systému. Tato nehomogenita (představující určitou složitost systému v jeho uspořádání) je zajištěna přítomností toků látky, energie, náboje a dalších veličin (Prokšová et al., 2014).

Z tohoto pohledu je možné se na tonus či kontrakci svalové tkáně dívat jako na stacionární systém, složený ze dvou spojených procesů se zobecněnými toky J_1, J_2 a jim odpovídajícími zobecněnými silami X_1 a X_2 . První proces (řídící) do systému dodává energii získanou z chemických reakcí, například přeměny ATP. Druhý proces (řízený)

pak nastavuje dané mechanické napětí a způsobuje pohyb. Sval samotný je potom v podstatě konvektor energie s hustotou produkce entropie

$$p(S) = J_1 X_1 + J_2 X_2 \geq 0 . \quad (1.16)$$

Za předpokladu, že:

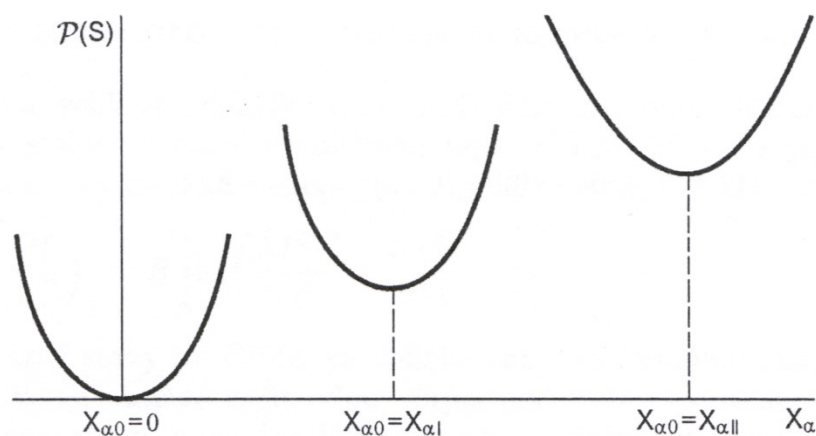
- a) sval se nachází ve stacionárním stavu spojením dvou procesů, řízeného a řídicího (spontánního), přičemž u obou mohou být určeny odpovídající toky a síly,
- b) síla řídicího procesu je konstantní,
- c) vztahy mezi toky a silami jsou lineární,

lze hlubším matematickým rozbořem viz Prokšová et al. (2014) a s využitím Onsagerových relací reciprocity dojít k závěru, že sval může existovat v různých typech stacionárních stavů - režimů. Ty se budou lišit právě produkcí entropie $P(S)$. Ačkoliv proces kontrakce zřejmě plně neodpovídá výše zmíněným požadavkům, může pohled na sval jako na lineární konvertor alespoň kvalitativně vysvětlit různé režimy svalové práce. Ze studie vyplývá, že izometrická kontrakce je režim s minimální produkcí entropie. Protože se však nekoná mechanická práce, je účinnost tohoto děje nulová. Rychlá izotonická kontrakce s nízkou účinností představuje pak děj opačný. Tedy probíhající sice s maximálním výkonem, ale také s maximální produkcí entropie. Pomalu vykonávaná izotonická kontrakce pak bude jistým kompromisem mezi oběma stacionárními stavy. Tedy děj s malým výkonem, ale vysokou účinností při „rozumné“ produkci entropie. Takovýto ekologický režim bude vhodný pro dlouhodobou svalovou práci.

Z termodynamického hlediska se analogicky jako na izometrickou kontrakci lze podívat i na svalový tonus. Jeho stav, tedy míra vnitřního napětí svalu, bude dána, stejně jako u izometrické kontrakce, mírou dodávané chemické energie. Spouštěcím mechanismem budou napínaví reflexy, při jejichž vysoké aktivitě bude svalový tonus narůstat, v opačném případě klesat. Tento fakt experimentálně potvrzují ve svých pracích např. Jörg et al. (2000) nebo Kaňovský et al. (2004).

Předpoklad lineárních konstitutivních vztahů (1.13) umožňuje učinit ještě jeden závěr. Budeme-li uvažovat, že systém se může nacházet v různých stacionárních stavech

popsaných danou produkcí entropie, pak je obecně možné, aby mezi těmito stavy přecházel. Vzhledem k tomu, že v okolí každého stacionárního bodu roste produkce entropie (viz obr. 9), je tato změna možná pouze změnou podmínek uvnitř systému.



Obr. 9: Schematické znázornění produkce entropie v okolí různých stacionárních stavů systému $X_{\alpha I}$, $X_{\alpha II}$ a nulového stavu $X_{\alpha 0}$ (pro $\alpha = 1, 2, \dots$).
(Pramen: Prigogine, 1967 v Maršík, 1999.)

Tato změna pak může vyvolat změnu fenomenologických koeficientů, které tak pro různé stacionární stavy mohou být také různé. Jestliže například dojde k poruše nervového zásobení svalu a on přejde do jiného stacionárního stavu, dá se očekávat, že se změní i fenomenologické koeficienty, které daný stav popisují. Zde vzniká prostor pro kvantitativní diagnostiku různých typů poruch měkkých tkání.

Otázkou je, jak se chovají systémy relativně vzdálené od svých stacionárních bodů, kde již podmínky linearity neplatí. Odpověď není triviální, vede na teorii nelineární nerovnovážné termodynamiky a je nad rámec této práce.

1.2.2 Měkké tkáně z pohledu klasické teorie viskoelastivity

Jak již bylo řečeno, výchozím problémem při hledání vlastností termodynamických systémů je nalezení konstitutivních rovnic a jejich fenomenologických koeficientů, které jejich chování popisují. V případě mechanických vlastností tkáňových komplexů bývá

podstatné nalezení vztahu mezi dynamickým namáháním a deformací těchto struktur (Konvičková, 2006).

Protože biolátky tvoří otevřený termodynamický systém, je dynamické namáhání vždy spojeno se ztrátou energie, která se projevuje přítomností viskózní složky v jejich chování (Ďoubal, 2012). V případě, kdy není možné tuto skutečnost zanedbat, začne podstatnou roli v celé problematice hrát způsob zatěžování tělesa, zejména rychlost deformace. Existuje dobrý důvod, proč na měkké tkáně takto nahlížet. Jak píše Havránek (2011), u většiny biolátek se po zavedení napětí rovnovážná deformace ustálí až po uplynutí jisté doby. To patrně souvisí s faktem, že strukturální jednotky tkání jsou velké makromolekuly a jejich agregáty, které k zaujmutí rovnovážné polohy potřebují delší dobu než je čas deformace.

Z etického hlediska je nezbytným požadavkem pro výzkum deformačního chování biologických struktur *in vivo* a *in situ* podmínka, aby se tkáň po uvolnění deformačního napětí vrátila do původního tvaru a nebyla poškozena. Fyzikální terminologií řečeno, deformace musí být elastická nikoliv plastická, neboli napětí v biolátce nesmí překročit určitou míru, tzv. mez elasticity. Nutno podotknout, že každá tkáň je jinak pružná, protože se vzájemně liší chemickou i histologickou stavbou.

Z výše uvedeného vyplývá, že měkké tkáně mají viskoelastický charakter a lineární teorie viskoelasticity bude výchozím principem pro popis jejich mechanického chování. Požadavek linearity vztahu mezi namáháním a deformací vychází z čistě pragmatických důvodů. Lineární teorie popisu kontinua je dobře matematicky zvládnutá a výsledky mají názornou fyzikální interpretaci. Na druhou stranu je třeba poznamenat, že realitu tento přístup mnohdy popisuje pouze v prvním přiblížení.

Samotnou teorii viskoelasticity, obecněji reologické chování látek, lze budovat modelovým nebo nemodelovým způsobem. V prvním případě jsou tělesu připsány materiálové konstanty (koeficienty), které ve spojení s charakteristickou konstitutivní rovnicí mezi namáháním a deformací určují model viskoelastické látky. V lineární aproximaci bude tento vztah popisovat lineární diferenciální rovnice s konstantními koeficienty (Ďoubal, 2011), která má obecný tvar

$$a_0 y(t) + \sum_{i=1}^n a_i y^{(i)}(t) = b_0 x(t) + \sum_{j=1}^m b_j x^{(j)}(t), \quad (1.17)$$

kde a a b jsou koeficienty, i a j stupně časové derivace, x vstupní veličina (deformace) a y výstupní veličina (namáhání). Takový přístup umožňuje názornou fyzikální interpretaci. Na druhou stranu časté zpřesňování modelu zvyšováním počtu materiálových konstant může být zavádějící a může se odchylovat od reality. V druhém případě tzv. nemodelového přístupu se vychází z naměřeného chování látky, kdy průběh zjištěné závislosti mezi deformací a daným dynamickým namáháním látku jednoznačně viskoelasticky charakterizuje. Deformace při jiných způsobech namáhání lze pak z dané závislosti určit metodami funkcionální analýzy. I tento přístup má svá omezení a často přináší opět jen první přiblížení řešení zkoumaného problému (Havránek, 2011).

V teorii přetvoření je zřejmě nejdůležitější konstitutivní rovnicí zobecněný Hookův zákon pro lineárně elastická (hookovská) tělesa

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (1.18)$$

kde σ_{ij} je tenzor napětí, ε_{kl} je tenzor deformace a C_{ijkl} je matice elastických koeficientů. V případě, že chování elastické látky nelze popsat rovnicí (1.18), je označována za nelineárně elastickou (nehookovskou). Do této třídy patří i biolátky.

V případě izotropních těles a malých deformací lze vztah (1.18) výrazně zjednodušit, protože počet elastických koeficientů, díky symetrii tenzoru C_{ijkl} , klesne na dva. Rozkladem tenzoru, teď již malých deformací, e_{kl} na izotropní část a deviator lze Hookův zákon napsat pomocí tzv. Laméových koeficientů

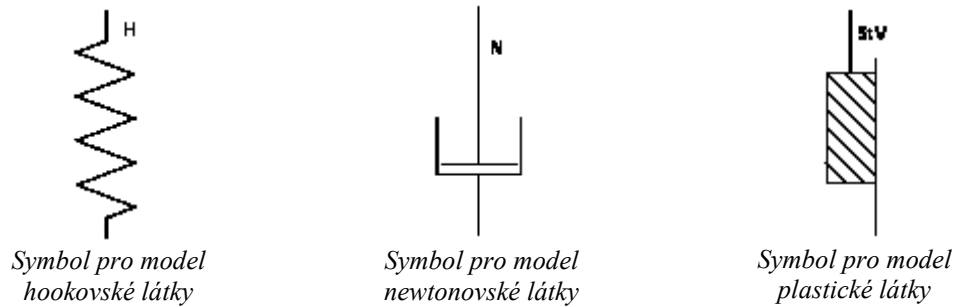
$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} e_I + 2\mu e_{ij}, \quad (1.19)$$

kde $e_I = e_{11} + e_{22} + e_{33}$ a λ , μ jsou materiálové konstanty. Hookův zákon je tak tvořen ze dvou nezávislých částí. Z deformace objemové e_I a tvarové e_{ij} (Taber, 2004).

Stejně jako je možné sledovat závislost napětí na deformaci tělesa, má smysl u viskoelastických systémů sledovat i závislost napětí na rychlosti deformace. Pokud lze oba tenzory opět rozložit na izotropní část a deviator, v případě, že libovolná složka deviatoru rychlosti deformace \dot{e}_{ij} je v přímé úměrnosti k odpovídající složce deviatoru napětí σ_{ij} , platí pro danou látku Newtonův viskózní zákon

$$\dot{e}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\eta}, \quad (1.20)$$

kde η vystihuje viskózní charakter tzv. newtonovské látky. Pokud závislost není lineární, je látka označována jako nenewtonovská.



Obr. 10: Schématické znázornění základních lineárních modelů teorie viskoelastivity. (H-model jako pružina s tuhostí $1/G$, N-model jako píst s viskozitou η , StV-model pro plastickou deformaci.)
(Pramen: Wikipedie, 2014.)

Na základě chování látek při tvarové deformaci může být vytvořena třída modelů (proto modelový přístup k teorii viskoelastivity) lineárních mechanických systémů s tzv. soustředěnými parametry. Ty vycházejí z představy, že viskoelastické látky lze nahradit systémem Hookových a Newtonových těles, z nichž každé je charakterizováno pouze jedním materiálovým parametrem (viz obr. 10).

Pokud tvarová deformace bude mít charakter prostého smyku

$$e_{11} = e_{22} = e_{33} = e_{23} = e_{13} = 0, \quad (1.21)$$

zjednoduší se rovnice (1.19) na tvar

$$\gamma = \frac{1}{G} \tau, \quad (1.22)$$

kde $\gamma = e_{12}$ je smyková deformace, $\tau = \sigma_{12}$ je smykové napětí a $G = 2\mu$ je smykový modul pružnosti. Rovnice (1.22) je pak konstitučním vztahem tzv. H-modelu (Hookovského členu). Za stejných podmínek lze zjednodušit i rovnici (1.20) což vede ke vztahu (1.23) pro tzv. N-model (Newtonovský člen)

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{\eta} \tau, \quad (1.23)$$

kde η představuje normálovou viskozitu a není tedy shodná s viskozitou podle Newtonovy definice. Pro většinu biolátek dokonce η není ani konstanta, ale funkce a obecně tedy platí

$$\frac{\gamma(t)}{\tau(t)} = f(t). \quad (1.24)$$

Rovnice vystihuje fakt, že u viskoelastických těles není napětí a deformace synchronní a nelze tedy uvažovat rovnovážnou deformaci.

Libovolný lineární model viskoelastického tělesa lze pak získat sériovým či paralelním zapojením libovolného počtu těchto základních dvou členů. Velmi snadno se získá i potřebná konstitutivní rovnice a to z obecných podmínek pro uspořádání jednotlivých komponent a pravidla pro časovou derivaci součtu funkcí (1.25)

$$\begin{aligned} \tau &= \sum_i \tau_i && \text{pro } i=1,2,3,\dots && (\text{Paralelní uspořádání}) \\ \gamma &= \gamma_i \end{aligned}$$

a

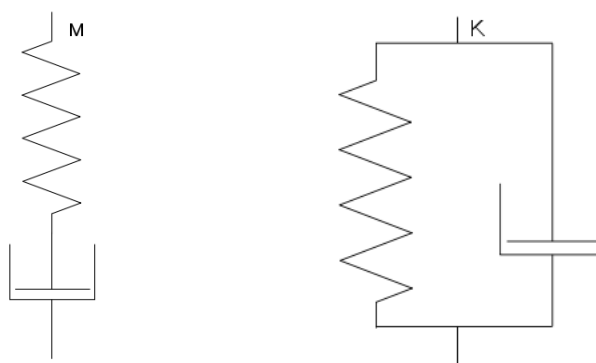
$$\begin{aligned} \gamma &= \sum_i \gamma_i \\ \dot{\gamma} &= \sum_i \dot{\gamma}_i && \text{pro } i=1,2,3,\dots && (\text{Sériové uspořádání}) \\ \tau &= \tau_i \end{aligned} \quad (1.25)$$

Vyjádřeno slovy: „Při paralelním uspořádání je výsledné napětí v modelu rovno součtu napětí jednotlivých komponent a výsledná deformace je pro všechny komponenty stejná.“

Při sériovém uspořádání je výsledné napětí ve všech komponentách stejné, kdežto výsledná deformace odpovídá celkovému součtu všech deformací v systému.“ Je zřejmé, že při kombinované formě modelu je třeba postupovat ve více krocích rozkladem na jednotlivé sériové či paralelní komponenty, viz dále.

Otázkou je, jaký model a jak komplikovaný zvolit. Obecně neexistuje pravidlo, jak Hookovské a Newtonovské členy řadit. Dobrý model by neměl být příliš složitý a současně by měl dostatečně přesně vystihovat charakter mechanického chování látky, kterou popisuje. Tedy vypočtené mechanické charakteristiky by měly odpovídat charakteristikám naměřeným.

Pro snadnější orientaci si lze viskoelastické modely rozdělit do dvou základních tříd a to podle toho, jaké vykazují creepové a relaxační chování. Jinými slovy, jak u nich vypadá časový průběh deformace a napětí, pokud jsou vystaveny konstantnímu napětí τ_0 (creep) nebo konstantní deformaci γ_0 (relaxace). Výchozími modely, na kterých lze závislosti demonstrovat, jsou Maxwellův (M-model), vytvořený sériovým zapojením H a N-modelu, a Kelvinův (K-model), vytvořený zapojením paralelním (viz obr. 11).



Obr. 11: Schématické znázornění Maxwellova (M) a Kelvinova (K) modelu.
(Pramen: Wikipedie, 2014.)

Jejich konstitutivní rovnice (1.26) a (1.27) se snadno dají odvodit z výše uvedeného pravidla.

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{G} \dot{\tau} + \frac{\tau}{\eta} \quad (\text{Maxwellův model}) \quad (1.26)$$

$$\eta\dot{\gamma} + G\gamma = \tau \quad (\text{Kelvinův model}) \quad (1.27)$$

V obou případech je možné zjistit časový průběh jedné z veličin τ a γ , pakliže je znám časový průběh druhé. V případě nejjednodušších podmínek, tedy když daný model bude v čase t_1 vystaven skokovému časově neměnnému počátečnímu napětí τ_0 nebo skokové časově neměnné počáteční deformaci γ_0 , lze snadno dospět k následujícím řešením. Pro Maxwellův model platí vztahy (1.28) a (1.29).

a) Creepové chování ($\tau_0 = \text{konst}$, $\gamma = \gamma(t)$)

$$\gamma = \frac{\tau_0}{\eta} t + \gamma_p = \frac{\tau_0}{\eta} t + \frac{\tau_0}{G} \quad (1.28)$$

b) Relaxační chování ($\gamma_0 = \text{konst}$, $\tau = \tau(t)$)

$$\tau = \tau_p e^{-\frac{G}{\eta} t} = G\gamma_0 e^{-\frac{G}{\eta} t} \quad (1.29)$$

Pro model Kelvinův pak lze vyvodit vztahy (1.31) a (1.32).

a) Creepové chování ($\tau_0 = \text{konst}$, $\gamma = \gamma(t)$)

$$\gamma = \gamma_p e^{-\frac{G}{\eta} t} + \frac{\tau_0}{G} = \frac{\tau_0}{G} (1 - e^{-\frac{G}{\eta} t}) \quad (1.30)$$

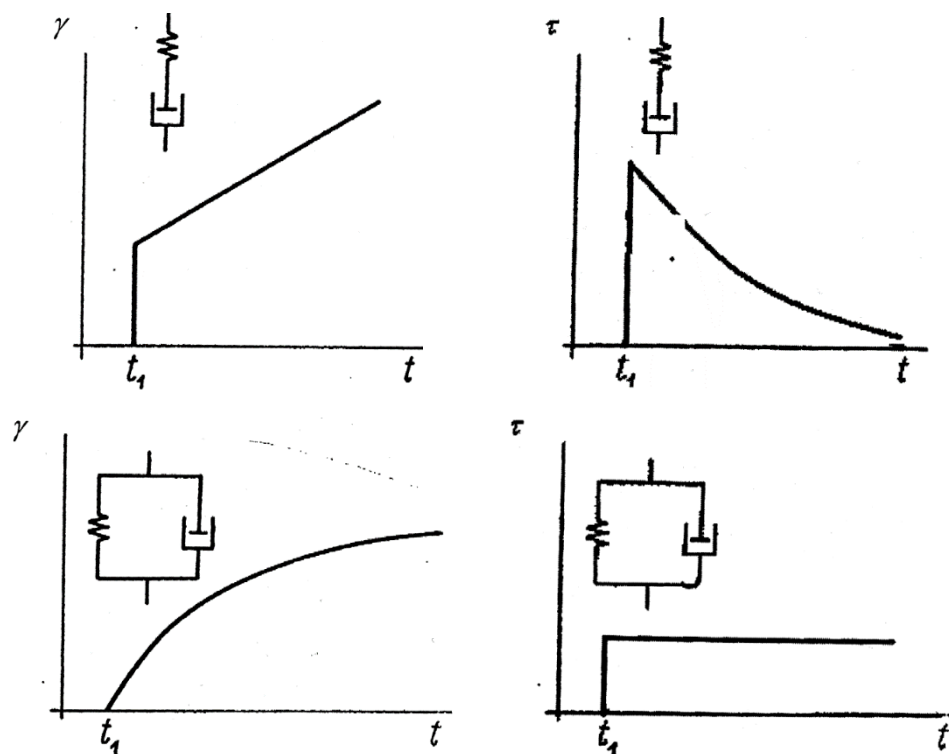
b) Relaxační chování ($\gamma_0 = \text{konst}$, $\tau = \tau(t)$)

$$\tau = G\gamma_0 \quad (1.31)$$

Převrácená hodnota konstantního exponentu G/η v rovnicích (1.29) a (1.30) se nazývá relaxační doba v případě relaxačního namáhání a retardační doba v případě namáhání creepového (Brdička, Samek, Sopoko, 2000)

$$t_r = \frac{\eta}{G}. \quad (1.32)$$

Jde o čas, za který exponent v příslušných rovnicích bude roven -1 , tedy kdy napětí klesne na hodnotu τ_p/e pro (1.29), případně deformace stoupne na hodnotu τ_0/G ($1 - 1/e$) pro (1.30).



Obr. 12: Creepové (vlevo) a relaxační (vpravo) chování Maxwellova (M) a Kelvinova (K) modelu.
(Pramen: Havránek, 2014.)

Z řešení (obr. 12) je vidět, že Maxwellův model se při creepu chová tak, že skokově přejde na deformaci o velikosti τ_0/G , která se pak bude neustále zvyšovat. Tedy materiál tímto modelem popsaný by musel při vložení napětí neustále téct. Naopak Kelvinův model při creepu k deformaci τ_0/G postupně spěje.

V případě relaxace při konstantní deformaci γ_0 je situace následující. Maxwellův model podléhá relaxaci a napětí v takto popsané látce se bude postupně snižovat až k nule. Kelvinův model pak relaxační chování nevykazuje. Celkově lze shrnout, že Maxwellův model je typickým příkladem přirozeného relaxačního chování látek, kdežto Kelvinův

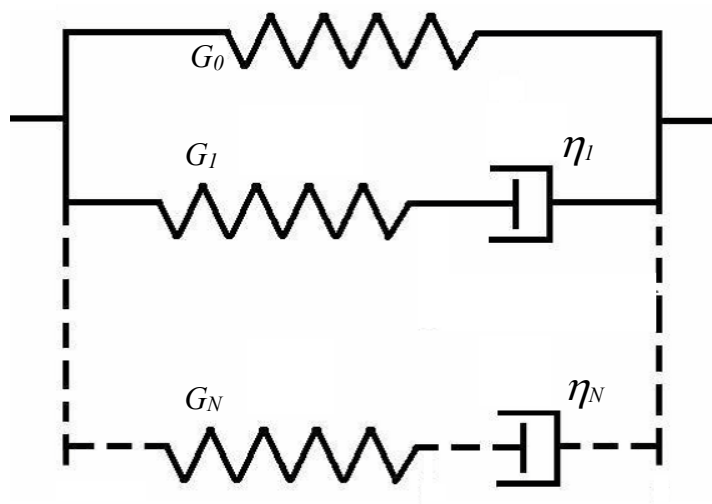
model lépe vystihuje jejich chování creepové. Je také patrné, že ani jeden z nich nebude vhodný pro popis viskoelastických vlastností biolátek. Pro zavedení pojmů, demonstraci principů a matematického aparátu jsou však názorné.

Je zřejmé, že volba druhu modelu (počet a způsob zařazení H a M komponent) bude závislá na očekávaném chování při jednotlivých druzích namáhání. Způsobů, jakými lze v praxi danou biolátku zatěžovat, je více. Kromě relaxace a creepu je možné zmínit například dynamické namáhání nebo hysterezi (zatížení a následné odlehčení). Nutno zdůraznit, že pro verifikaci zvoleného modelu je nutné experimentální ověření. Z hlediska teorie je jedno, jaký způsob zatížení bude zvolen, protože při nalezení vhodného modelu a příslušné konstitutivní rovnice je možné zbývající charakteristiky dopočítat. V praxi bývá častým omezením dostupnost přístrojového vybavení, které je schopno danou zátěžovou zkoušku provést.

Ve snaze, aby viskoelastický model co nejlépe vystihnul experimentálně naměřenou závislost, je z matematického hlediska možné pracovat s neomezeným počtem Maxwellových a Kelvinových členů. Tento přístup je možné představit na modelu složeného z N paralelně zařazených Maxwellových členů doplněných navíc jedním paralelně zařazeným členem Hookovým (viz obr. 13). Konstitutivní rovnice bude mít obecný tvar (1.17), která v případě čistě relaxačního chování ($\gamma_0 = \text{konst}$, $\tau = \tau(t)$) přejde v lineární diferenciální rovnici N -tého řádu s konstantními koeficienty. Její obecné řešení má tvar

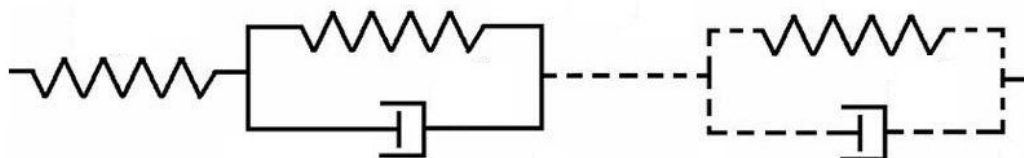
$$\tau = \gamma_0 \left[G_0 + \sum_{i=1}^N G_i e^{-\frac{G_i t}{\eta_i}} \right] = \gamma_0 \left[G_0 + \sum_{i=1}^N G_i e^{-\frac{t}{\tau_{ri}}} \right] = \gamma_0 G_N(t) \quad (1.33)$$

a lze jej mimo jiné odhadnout z rovnic (1.22) a (1.29) a z tvrzení (1.25).



Obr. 13: Model „paralelního“ viskoelastického tělesa s $2N + 1$ členy.
(Pramen: vlastní.)

Podobným způsobem lze postupovat u modelu složeného z N sériově zařazených Kelvinových členů doplněných navíc opět jedním, tentokrát ale sériově zařazeným členem Hookova typu (viz obr. 14).



Obr. 14: Model „sériového“ viskoelastického tělesa s $2N + 1$ členy.
(Pramen: vlastní.)

V případě čistého creepu ($\tau_0 = \text{konst}$, $\gamma = \gamma(t)$) má obecné řešení příslušné konstitutivní rovnice tvar

$$\gamma = \tau_0 \left[\frac{1}{G_0} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{G_i} \left(1 - e^{-\frac{G_i t}{\eta_i}} \right) \right] = \tau_0 \left[\frac{1}{G_0} + \sum_{i=1}^N \frac{1}{G_i} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{ri}}} \right) \right] = \tau_0 g_N(t). \quad (1.34)$$

Tvar rovnic (1.33) a (1.34) je zajímavý z několika hledisek. Jednak lze vidět, že součástí řešení jsou relaxační (retardační) doby t_{ri} jednotlivých Maxwellových (Kelvinových) členů. Dále je zřejmé, že průběh napětí se v čase bude měnit podle toho, jak se bude v čase měnit jistý globální parametr $G_N(t)$, případně $g_N(t)$. Těm se říká relaxační a retardační funkce a dají se experimentálně zjistit. Ve smyslu rovnice (1.24) je tedy obecně možné vtisknout modelu proměnný materiálový parametr. To je pro výzkum biolátek podstatné. Navíc oba parametry jsou složeny z konstant a mocninné exponenciální tzv. Pronyho řady (1.35).

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i e^{-\frac{t}{t_{ri}}} \quad (1.35)$$

Obojí má svůj význam, zejména v nemodelovém přístupu k teorii viskoelasticity (viz dále).

Zde je třeba podotknout, že H a M modely nejsou jediné, které lze mezi sebou kombinovat. Velmi často se v reologii využívá Saint Venantův model (obr. 10), který umožňuje do konstitutivních rovnic zavést plastickou deformaci, tedy jistou netečnost na malá namáhání a naopak vznik viskózního tečení při překročení určitého deformačního napětí. Další možností vylepšení nejen viskoelastických modelů je přidání setrvačného členu zohledňujícího setrvačnou sílu v systému. Ty se v něm mohou vyskytnout při relativně velkých změnách rychlosti namáhání apod.

Vzhledem ke vztahu (1.24) výše popsaným modelovým způsobem nelze z principu věci biolátky s dostatečnou přesností popsat. Obvykle totiž při jejich zatěžování nelze pracovat s předpokladem malých deformací ani z izotropií, což jsou nutné podmínky lineárních modelů s vtištěnými parametry. V prvním přiblížení může být tento přístup přínosný a při požadavcích rychlé a snadné diagnostiky biolátky také obvykle jediný možný. Význam lineárního modelového přístupu tkví v možnosti vystihnout charakter sledovaných závislostí, ne v detailním popisu jejich průběhu (Havránek, 2011).

Přesnější modely lze získat, pokud elastické a viskózní složky jsou rozloženy do celého objemu tělesa. Na této myšlence stojí koncepce modelů s rozloženými parametry (Ďoubal, 2011). Princip spočívá ve fragmentaci tělesa na velký počet elementárních segmentů, které spolu interagují. Vstupní síla působící na daný segment se spotřebuje

jednak na jeho vlastní pohyb a jednak se přenese na segment navazující. V tomto smyslu přináší značné možnosti počítačové modelování.

Jak již bylo zmíněno, další možností, jak k teorii viskoelasticity přistupovat, je využití poznatku, že každá naměřená zátěžová charakteristika (viz dále) těleso jednoznačně identifikuje. Pokud je tedy znám časový průběh odezvy výstupní veličiny na určitý průběh veličiny vstupní, je možné metodami funkcionální analýzy, jmenovitě integrálními transformacemi, odvodit charakteristiky jiné. Tento nemodelový přístup k viskoelasticitě vede v lineární oblasti na obecnou teorii lineární odezvy, hojně využívané např. v teorii elektrických sítí. Základní myšlenkou celého přístupu je Boltzmannův superpoziční princip (Brdička, Samek, Sopoko, 2000). Ten lze pro výpočet napětí v látce při zadaném spojitým průběhu deformace formulovat následovně.

Deformace látky, jejíž časový průběh je dán rovnicí $\gamma = \gamma(\xi)$, vyvolá v lineární viskoelastické látce popsané relaxační funkcí $G(t)$ napěťovou odezvu

$$\tau(t) = \int_{-\infty}^t G(t-\xi) \frac{d\gamma(\xi)}{d\xi} d\xi. \quad (1.36)$$

Pro výpočet deformace v látce při zadaném spojitým průběhu napětí zní:

Napětí, kterému je látka vystavena a jejíž časový průběh je dán rovnicí $\tau = \tau(\xi)$, vyvolá v lineární viskoelastické látce, popsané retardační funkcí $g(t)$, deformační odezvu

$$\gamma(t) = \int_{-\infty}^t g(t-\xi) \frac{d\tau(\xi)}{d\xi} d\xi. \quad (1.37)$$

Je dobré si uvědomit, že funkce $G(t)$, potažmo $g(t)$ vnikly ze svých diskretních předloh $G_N(t)$ a $g_N(t)$ standardním limitním přechodem pro $N \rightarrow \infty$. Ten si lze představit jako by model tělesa byl složen z nekonečně mnoha H a N členů. Proto jsou také funkce $G(t)$ a $g(t)$ tvořeny nekonečně mnoha parametry. Těm se v teorii viskoelasticity říká spektrum relaxačních a retardačních frekvencí.

Závěrem této kapitoly je vhodné zmínit, že veškeré principy, které zde byly prezentovány na jednoosém typu namáhání těles, lze zobecnit na 3D problematiku. Další zobecnění úvah vede na dnes stále více využívané metody nelineární mechaniky kontinua (viz např. Taber (2004); Holzapfel, 2000). Tento přístup je popsán a využit v následujícím textu (kap. 3).

1.2.3 Shrnutí

Měkké tkáně pohybového aparátu člověka tvoří otevřené termodynamické systémy, v nichž probíhají nevratné termodynamické procesy spojené s neustálou produkcí entropie $P(S)$. Během svojí existence se tak mohou nacházet v různých stacionárních stavech, které nejsou shodné se stavem rovnovážným. Děje v těchto systémech lze popsat pomocí bilančních a konstitutivních rovnic. V lineární oblasti termodynamiky kontinua lze zobecněné toky popisující produkci entropie aproximovat lineární závislostí na příslušných zobecněných silách.

Z reologického hlediska měkké tkáně vykazují viskoelastické chování, které je spojeno s disipací energie. V lineární oblasti viskoelastivity lze jejich chování charakterizovat modelovým a nemodelovým způsobem. V obou případech to znamená nalézt fenomenologické koeficienty příslušné konstitutivní rovnice. Ta zde vyjadřuje vztah mezi namáháním a deformací. Z hlediska biologických kompozitních materiálů se jeví jako výhodnější spíše nemodelový přístup. Ten je zpravidla podmíněn znalostí koeficientů Pronyho řady, kterých je obecně nekonečně mnoho. I když jejich počet bývá v rámci přijatelné numerické přesnosti redukován na únosnou míru, je obtížné jim přiřknout jasnou fyzikální interpretaci. Navíc, v rámci požadované přesnosti aproximace reálně zjištěné charakteristiky, je jejich stanovení otázkou metody pokus omyl. Tyto dva protichůdné požadavky, tedy dostatečná přesnost a únosný počet fenomenologických koeficientů, pak obvykle umožňují popsat mechanické chování dané viskoelastické látky pouze v prvním přiblížení.

Otázkou zní, jak postupovat, když fenomenologické koeficienty nelze považovat za konstantní a fenomenologická rovnice (1.17) tak přejde na tvar

$$a_0(t)y(t) + \sum_{i=1}^n a_i(t)y^{(i)}(t) = b_0(t)x(t) + \sum_{j=1}^m b_j(t)x^{(j)}(t). \quad (1.38)$$

Obečně se jedná o složitý matematický problém. U konkrétní diferenciální rovnice je vždy nutné prokázat, zda má jednoznačné řešení a zda toto řešení existuje. Jeho hledání je pak úkolem pro numerické metody a počítačové modelování. Řešení nabízí nelineární metody mechaniky kontinua.

Zajímavou alternativu ke zmíněným postupům do celé problematiky přináší autoři Havránek, Prokešová (2011, 2008). Dívají se na konkrétní biologický systém, v jejich případě na kolenní kloub, jako na jeden celek. Jemu přiřknou jednoduchý viskoelastický model, například Kelvinův, který je popsateľný jednoduchou reologickou rovnicí s nízkým počtem fenomenologických koeficientů. Rozbor této rovnice, s ohledem na experimentálně zjištěnou závislost výstupní veličiny na vstupní, jsou schopni reologické chování daného systému parametrizovat. To pro biomedicínské účely bývá mnohdy dostačující.

Zbývá ještě podotknout, že do celé výše probírané problematiky není zanesen vliv teploty. Je vcelku jasné, že si měkké tkáně zachovávají svoje mechanické vlastnosti pouze *in vivo* a *in situ*. V rámci termoregulačních schopností organismu lze však považovat tělesnou teplotu za konstantní a její vliv na danou problematiku za zanedbatelný.

Konečně z hlediska mechanického chování všech typů tkání pohybového aparátu člověka je zajímavé si uvědomit, že udržovat tyto systémy pod mechanickým napětím σ_{ij} znamená uložit do elementu jejich objemu určitou energii, viz rozměrová analýza v rovnici (1.39).

$$\left[\sigma = \frac{F}{S} = \frac{E}{V} \right] = [Pa] \quad (1.39)$$

Živé tkáně se svojí schopností přizpůsobit se novým podmínkám budou na tento podnět reagovat. Vhodnou volbou mechanického namáhání lze pak v tkáních vyvolat různé typy změn. Například pravidelným zatěžováním kostní tkáně dochází k její remodelaci a zvýšení pevnosti. Pravidelným namáháním kosterní svaloviny dochází k její hypertrofii a svalového tonu. Stejnou hypertrofií lze sledovat u pravidelně trénované svaloviny srdeční. Tyto jevy jsou pozorovatelné zejména u výkonnostních a vrcholových sportovců. Lze se domnívat, že podobnými stimuly by bylo možné iniciovat *in vitro* i kmenové

buňky těchto tkání a přinutit je k diferenciaci. To má zásadní význam v tkáňovém inženýrství.

1.3 Zjišťování mechanických vlastností měkkých tkání *in vivo*, *in situ* s využitím deformačních zátěžových zkoušek

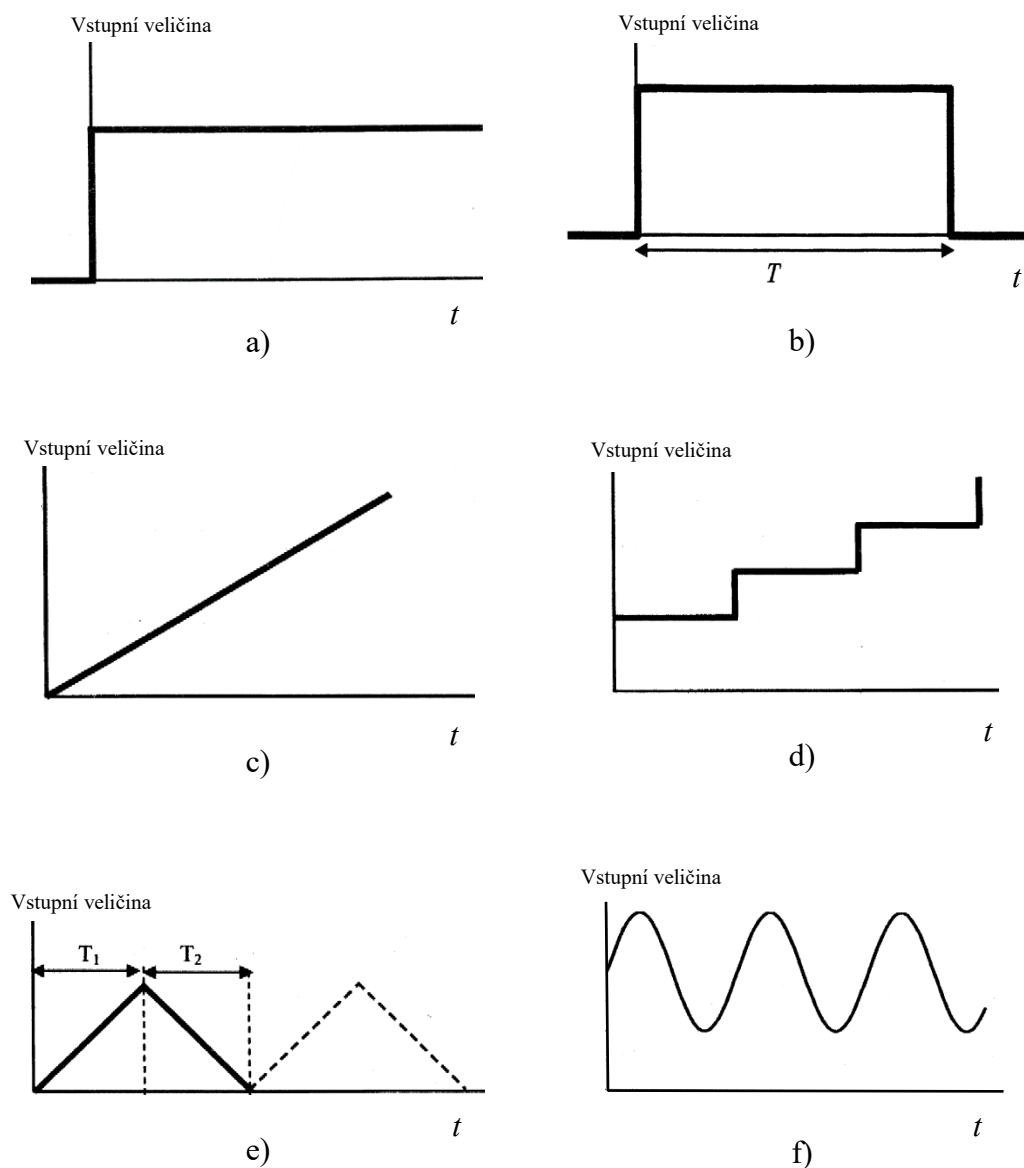
1.3.1 Deformační zátěžové zkoušky

Z kapitoly 1.2 vyplývá, že podstatnou roli pro kvantitativní popis mechanického chování měkkých tkání hraje způsob jejich zatěžování. Deformační zkoušky jsou proto nezbytnou součástí jejich výzkumu. V případě jednoosého působení deformační síly na vzorek je možné očekávat vznik tahového nebo tlakového napětí v látce. Pokud je namáhání víceosé, je třeba počítat i s napětím smykovým. Smykové napětí vzniká i při jednoosém namáhání na rozhraních vícevrstevných struktur.

Cílem zkoušek je získat tzv. zátěžové charakteristiky pro deformaci a deformační sílu, případně napětí. Jedna veličina je vždy označena v celém procesu jako vstupní a druhá jako výstupní. Sleduje se buď časový průběh výstupní veličiny při daném způsobu zatížení nebo vzájemná závislost mezi vstupní a výstupní veličinou.

Forma zatížení je dána tzv. zátěžovým neboli pracovním diagramem vstupní veličiny. Podle jeho časového průběhu se zátěžové charakteristiky dělí na impulsní, přechodové nebo frekvenční (viz obr. 15). Všechny mají při studiu viskoelastických vlastností měkkých tkání svoji důležitost.

Jak píše Ďoubal (2011), impulsní charakteristika je odezva výstupní veličiny na velmi krátký impuls veličiny vstupní. Teoreticky by vstupní působení mělo být nekonečně krátké, prakticky řádově kratší než jsou časové konstanty systému. Vzhledem k tomu, že po skončení impulsu se deformace dále mění, je její dynamika závislá pouze na parametrech systému. Problém bývá definovat velikost a krátké trvání pulsu. Využití této metody je zejména při rezonančních měřeních a při měření vlastních tlumených kmitů systému. V tomto kontextu je třeba zmínit teoretickou možnost vyvolávat zatížení mechanickým vlněním v podobě ultrazvuku. I když se tímto typem namáhání práce dále nezabývá, v nastíněných souvislostech je zřejmé, že takový přístup není možné dlouhodobě ignorovat a jeho rozpracování patří mezi další úkoly na cestě k řešení objektivního posouzení mechanických vlastností měkkých tkání *in vivo*, *in situ*.



Obr. 15: Různé druhy zatěžování systémů v rámci deformačních zkoušek.
(Pramen: podle Ďoubala, 2011.)

Legenda:

- a) zatěžování pro měření přechodové charakteristiky,
- b) zatěžování pro měření impulsové charakteristiky,
- c) lineárně rostoucí zatěžování,
- d) skokově rostoucí zatěžování,
- e) cyklické zatěžování trojúhelníkovými impulsy,
- f) harmonické cyklické zatěžování s trvalým přednastavením vstupní veličiny (obvykle napětí).

Přechodové charakteristiky vznikají při zatížení látky ve formě velmi rychlé změny vstupní veličiny z nulové nebo nenulové hladiny na konstantní úroveň (Ďoubal, 2011). Vyšetřuje se pak časový průběh výstupní veličiny při konstantní hodnotě veličiny vstupní.

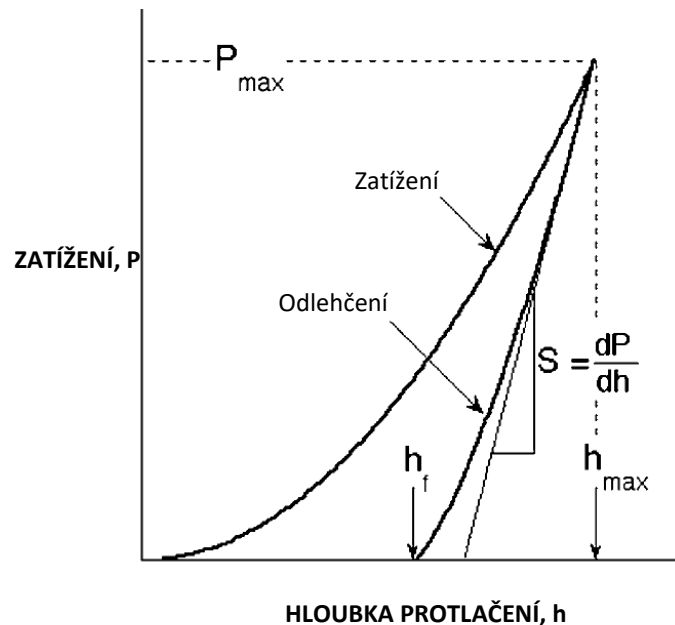
Pokud je vstupní veličinou deformace a výstupní veličinou síla nebo napětí, jde o tzv. relaxační namáhání. Pokud je tomu naopak, jedná se o creep neboli tečení. Obě dvě charakteristiky se hodí zejména pro první posouzení mechanických vlastností látky. Umožňují např. rozhodnout, který viskoelastický model bude v prvním přiblížení systémem lépe popisovat, a který je pro další práci naprosto nevhodný.

Pokud je látka vystavena periodickým oscilacím, jedná se o charakteristiky frekvenční (Konvičková 2006). Pro výpočet energetických ztrát mechanické impedance a dalších parametrů je to jedna z nejdůležitějších metod. Problém je však s experimentální stránkou věci. Jednak bývá měření dosti finančně náročné a často i málo přesné.

Zajímavým typem tlakové zátěžové zkoušky je tzv. indentace, která původně byla vyvinuta cca před 100 lety k hodnocení tvrdosti materiálu. Během měření zajíždí do materiálu konstantní rychlostí válcový indentor o přesně definované kontaktní ploše. Při zanoření a vyoření se zaznamenává závislost zatížení indentoru na hloubce zapuštění. Výstupem je tzv. indentační křivka. Ta má v případě aplikace zátěžového diagramu z obr. 15 e) na viskoelastické těleso tvar hysterezní křivky (obr. 16). Z ní lze principiálně určit materiálové parametry zkoumaného systému. Celá problematika je vzhledem k tvaru kontaktní plochy indentoru značně netriviální, přesto základní princip metody lze stručně představit.

Výchozím předpokladem je, že materiál je izotropní, s elastickou a plastickou složkou (pro názornost si ho lze představit jako reologický model vzniklý sériovým zapojením H a StV členu (viz obr. 10). Ten klade při zapouštění indentoru mechanický odpor, který je závislý na jeho mechanických vlastnostech. Při nastavené maximální hloubce zapuštění pak lze odečíst mezní hodnotu tohoto odporu, která přímo souvisí s tvrdostí zkoumaného materiálu. Indentor v tělese taktéž způsobí deformaci, která odpovídá geometrii jeho kontaktní plochy. Při odlehčování se pak ustálí konečná deformace (proto plastický člen v modelu). Předpokládá se, že v čase mezi úplným zapuštěním indentoru a časem, kdy dojde k přerušení kontaktu obou systémů, se materiál chová čistě elasticky. Z lineární části odlehčovací křivky pak lze stanovit modul tuhosti S (viz obr. 16). Ze zjištěných hodnot P_{max} , h_{max} , S a geometrie kontaktní plochy (viz např. Oliver, Pharr. 2004) lze pak vypočítat Yongův modul pružnosti materiálu a jeho Poissonovo číslo. Vzhledem k předpokladům je patrné, že tento druh zátěžové deformační zkoušky se hodí pro tvrdé materiály s plastickým chováním. Proto z hlediska tkání pohybového aparátu bývá tato metoda, respektive její obdoba v mikroskopickém

měřítka (tzv. nanoindentace), využívána ke zkoumání mechanických vlastností kostí nebo chrupavek *in vitro* (např. Lukeš, Otahal, 2009; Franke et al., 2011).



Obr. 16: Zátěžový diagram indentační zkoušky.
(Pramen: Oliver, Pharr, 2003.)

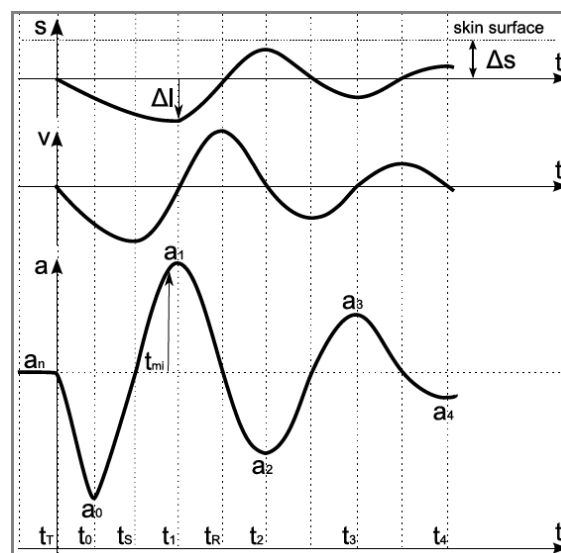
Pro výzkum vlastností měkkých tkání *in vivo*, *in situ* není tato metoda pro jejich viskoelastické chování z principu věci vhodná. Přesto myšlenka zapuštění indentoru do tkáně a zkoumání její mechanické odezvy je podnětná. Jak již bylo zmíněno, lékaři a fyzioterapeuti při palpačním vyšetření dělají stejnou věc. V různých částech lidského těla způsobí kompresy a zkoumají, zatím jen subjektivně, jaká je odezva impaktované tkáně. Namátkou lze zmínit vyšetření břicha nebo svalů, speciálně svalového tonu. Snahy o objektivizaci těchto vyšetření měly za následek vznik přístrojů, založených na principu indentace viskoelastických tkání. V případě aplikací na svalovou tkáň nesou souhrnný název myotonometr.

1.3.2 Objektivizace míry svalového tonu

Podle Latashe (2006) existují tři přístupy k objektivizaci míry svalového tonu. Kopecká (2018) píše: „ První vychází z definice tonu jako odporu svalu proti pohybu v příslušném kloubu. Tohoto přístupu využívají ve svých pracích McPherson (1982) či Brennan (1959). Tyto metody objektivizují mechanické vlastnosti celého pohybového řetězce včetně kloubu. Nejsou zaměřeny na jeden sval a na malé změny ve svalovém tonu. Je zřejmé, že mechanické vlastnosti konkrétního svalu (elasticita, viskozita) z nich lze stanovit jen obtížně, viz Fenn a Garvey (1934) nebo Tognella, et al. (1997). Druhým přístupem je využití EMG, kdy je svalový tonus pokládán za výchozí klidovou úroveň signálu bez aktivace svalu. Takto postupoval například Jacobson (1943), ale s proměnami názorů na svalový tonus se tato metoda ukázala jako nedostatečná. “

Třetí skupinou metod jsou již zmíněné indentační zkoušky. Jejich principem je vtlačování hrotu (indentoru) známé geometrie do tělesného povrchu a sledování mechanické odezvy tkáně pod ním.

V zásadě se rozlišují dva druhy těchto přístrojů. V prvním případě je vyhodnocována oscilační odezva tkáně na jednorázový, krátký, obdélníkový pulz indentoru (obr. 17). Asi nejznámějším zástupcem těchto přístrojů je MyotonPRO (Peipsi et al., 2012; Mullix, Warner a Stokesová, 2012).



Obr. 17: Myotonometr založený na impulsní charakteristice.
(Pramen: MyotonPRO, Manuál výrobce, 2013.)

Přístroj na obr. 17 nabízí vyhodnocení mechanických vlastností indentované tkáně, ale pouze za využití nepřímých ukazatelů o elasticitě a viskozitě. Těmi jsou podle výrobce dynamická tuhost S , útlumový koeficient D a různé relaxační charakteristiky (R, C).

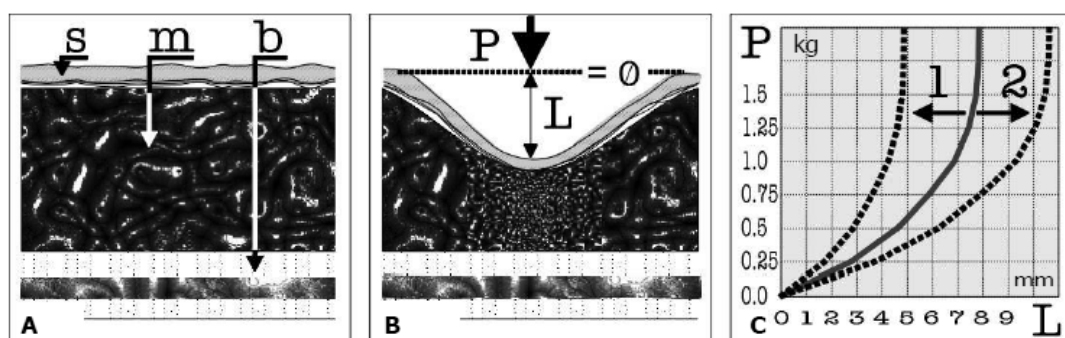
$$S = \frac{m_{\text{sondy}} a_{\text{max}}}{\Delta l}$$

$$D = \ln\left(\frac{a_1}{a_3}\right) \quad (1.40)$$

$$C = \frac{R}{t_R - t_T}, \quad \text{kde} \quad R = t_R - t_1.$$

Je zřejmé, že takový přístroj nemůže simulovat palpační vyšetření stiskem, ale spíše poklepem.

Druhou skupinu tvoří myotonometry, jejichž indentor definovanou rychlostí protlačuje zasaženou tkáň do předem definované hloubky nebo do dosažení předem definované odporové síly (Ylinen et al., 2006; Arokoski et al., 2005; Zheng a Mak, 1999; Šifta, Otáhal, Süssová, 2005; Šifta, Kysela, Kolář, Bittner, 2016). Pak se vrací zpět. Indentor, stejně jako při palpačním vyšetření, provádí komprese všech zasažených tkání mezi povrchem těla a kostí. Tedy, jak již bylo zmíněno, stlačuje kůži s podkožím, vrstvou tuku a samotný sval včetně fascií. Výsledkem je pak zátěžová křivka znázorněná na obr. 18 vpravo.



Obr. 18: Schéma principu indentace svalové tkáně včetně zátěžové křivky.
(Pramen: <https://www.scribd.com/document/146699753/Myotonometer-Manual>.)

Legenda:

- A) nezatížená tkáň (s – kůže, m – sval, b – kost),
- B) tkáň zasažená indentorem vysunutým do hloubky L vůči povrchu,
- C) zátěžová křivka závislosti odporu P na hloubce průniku L indentovaných tkání,
 - 1 – křivka svalového hypertonu vůči normativně zjištěné hodnotě (plná čára),
 - 2 – křivka svalového hypotonu vůči normativně zjištěné hodnotě (plná čára).

V případě, že je zaznamenána i odlehčovací fáze závislosti odporové síly tkáně na hloubce zanoření indentoru, má výsledný bioreogram tvar hysterezní křivky (viz obr. 1) Z ní lze s využitím vhodného matematického modelu zjistit viskoelastické vlastnosti indentovaných vrstev. Tyto přístroje v podstatě simulují palpační vyšetření popsané výše.

Myotonometr, který ve svých studiích využívají např. Rusu et al. (2012) Leonard et al. (2004, 2003) nebo Kato et al. (2004) byl původně vyvinut pro kvantifikaci svalového tonus a obrny. Zátěžové protokoly podle výrobce dále dovolují kvantifikovat svalové disbalance a rozlišovat mezi zdravým a poškozeným svalem.

Při bližším prostudování metodiky výše zmiňovaných a dalších studií (Jaročka et al., 2012; Rydahl, Brouwer, 2004) je možné učinit závěr, že vyhodnocování výsledků probíhá pouze na základě dvou parametrů. Jednak celkové tuhosti tkáně při maximálním zanoření indentoru a statistickým posouzením signifikantního rozdílu mezi polohou křivek naměřených závislostí. Dále si je možné všimnout, že k diagnostice je obvykle využívána pouze zatěžovací část indentační zkoušky (viz obr. 18). Nepodařilo se dohledat teoretický rozbor těchto metod, který by umožnil přidělit palpovaným tkáním fyzikální vlastnosti (smykový, popř. Yongův modul a koeficient viskozity)

Současně lze k dané metodice vznést následující námitku. Examinátor musí před samým měřením vyvinout tlak na diagnostikovanou tkáň a vytvořit tak určité její předpětí. Po dobu pokusu toto předpětí musí zůstat konstantní. I když lze předpokládat, že nějakou formou kalibrace bude ošetřeno, aby předpětí aplikované na danou tkáň bylo pokaždé alespoň přibližně stejné, vnáší examínátor samotný do měření jistou dávku subjektivity. Navíc po examínátorovi je požadováno, aby myotonometr držel kolmo k povrchu těla, což je možné dodržet jen přibližně. Z hlediska opakovatelnosti pokusu je tedy daná metodika zpochybnitelná.

K použitelnosti myotonometrů jako doplňku k palpačního vyšetření lze citovat Kopeckou (2018): *Latashe (2006) indentačním metodám vytýká, že nepracují s Bernsteinovou definicí svalového tonu. Ta mu přisuzuje účast na aktivním pohybu a postuře. To je však v rozporu s metodickými pokyny pro indentaci, neboť vyšetřovaný je vždy instruován, aby se uvolnil. Lze však namítnout, že i podmínkou správné palpce je úplné uvolnění pacienta (Haladová a Nechvátalová, 2003). Vzhledem k vlivu CNS na svalový tonus může kontakt hrotu myotonometru při indentaci vyvolat reakci tkáně a zkreslit tak vyšetření. I zde je možné oponovat. Pokud lze takové reakci předejít pomalou palpací, lze jí předejít i pomalou indentací.*

Vedle indentačních zátěžových zkoušek je možné zmínit přístup Fukashira, Noda a Shibayama (2001), kteří ve své práci k určení mechanických vlastností měkkých tkání pohybového aparátu využili techniky volných vibrací. Z nich lze opět za pomoci vhodného matematického modelu vytěžit informaci o reologických vlastnostech zasažené svalové tkáně.

1.3.3 Počítačový experiment – možnosti a omezení

Numerické modelování je v současnosti hojně využívanou metodou poznání reality. Ve spojení se správným teoretickým rozbohem a reálným experimentem umožňuje stanovit si cíle výzkumu dříve nedosažitelné.

V rámci studia viskoelastických vlastností měkkých tkání lze počítačový experiment využít např. k určení materiálových parametrů tkání. Postup v případě modelového přístupu s rozloženými parametry by byl následující:

1. Definice vhodné 3D geometrie pro matematický model
 - a) Scan reálné struktury, na které bude provedena myotonometrie (CT, NMR)
 - b) Vyhlazení obrazu a vytvoření přesné 3D matematické geometrie – síť bodů pro MKP (viz bod 3.)
2. Přiřazení vhodného viskoelastického modelu jednotlivým elementům systému, jehož materiálové parametry je třeba stanovit.

(optimálně více variant, mezi kterými bude vybrána nakonec ta, co nejvíce bude odpovídat realitě)
3. Vnesení napětí do systému prostřednictvím vnějších silových polí definovaných podle experimentálně naměřených zátěžových charakteristik indentace (kap.4.2).

(existuje několik SW produktů pro výpočet FEM – Ansys, Abaqus, Nastran-Patran)
4. Výběr nejvhodnějšího modelu a určení jeho parametrů.

Je nesporné, že numerické modelování přináší nové možnosti výzkumu. Využití nachází zejména v situacích, kdy analytické řešení vede ke složitým nelineárním

diferenciálním rovnicím. Ve vztahu ke klinickému využití indentačních zátěžových zkoušek má však jistá omezení. Aplikace numerických modelů je obvykle vázána na licenční výpočetní SW. Vyžaduje zkušenou obsluhu a vysokou časovou dotaci. Jen obtížně jej tedy bude možné implementovat do klinických přístrojů.

1.3.4 Shrnutí

V biomechanickém výzkumu měkkých tkání pohybového aparátu člověka *in vivo* a *in situ* je možné využít jen takové experimentální metody, které svým charakterem splňují dvě základní podmínky.

1. Umožňují zkoumat dané tkáně v jejich přirozeném prostředí a za podmínek, které jim umožňují zachovat činnost, ke které se vyvinuly.
2. Jejich fyzikální princip by měl co nejméně ovlivňovat mechanické vlastnosti zkoumaných objektů. V tomto smyslu je důležité respektovat a zohlednit ovlivnění sensorického systému člověka.

Vzhledem k těmto požadavkům se jako přijatelné jeví radiologické metody, které tvoří alternativu k deformačním zátěžovým zkouškám. Lze sem zařadit jednak ultrazvukovou elastografii (Hoyt, et al., 2008; Levinson, Shinagawa a Sato, 1995; Sikdar et al., 2008) a jednak magnetickou rezonanční elastografii (Dresner, et al., 2001; Papazoglu, 2005 a 2006). Pro doplnění lze uvést ještě infračervenou termografii, kterou jako nepřímou metodu posouzení svalového tonu nabídly Maršáková a Nováková (2003). U této techniky je teplota povrchu těla porovnávána s palpačním nálezem.

Na druhou stranu diagnosticky velmi jednoduchou a přitom co do výpovědní hodnoty zajímavou metodou jsou indentační zátěžové zkoušky. I když v odborné literatuře je poměrně často využívána, o jejím medicínském rozšíření to říci nelze. Jednak neexistuje jednotná metodika, která by umožnila rychle a snadno interpretovat výsledky, jednak je nutné mít neustále na paměti, že hlavním úkolem těchto metod je objektivizovat palpační vyšetření. S validitou takového vyšetření nemusí řada odborníků souhlasit. Navíc oba typy výše popsaných přístrojů umožňují posouzení stavu indentované tkáně pouze pomocí nepřímých ukazatelů jejich mechanických vlastností (vztahy 1.40 nebo 4.1

a 4.2). Doplnění fyzikálního rozboru tohoto problému a realizace validačních experimentů by mohlo k řešení tohoto problému přispět.

2 Cíle práce

Hlavním cílem práce je na základě syntézy publikovaných poznatků a na základě vlastních experimentálních šetření zjistit možnosti využití indentačních zátěžových zkoušek ke studiu mechanických vlastností měkkých tkání pohybového aparátu člověka *in vivo*, *in situ*.

Výzkumná otázka je v rámci práce formulována následovně. Za jakých podmínek a s jakou validitou lze na základě analýzy indentačních zátěžových zkoušek *in vivo* a *in situ* identifikovat rozdíly v mechanických vlastnostech měkkých tkání pohybového aparátu člověka?

Ke splnění uvedeného cíle a k zodpovězení výzkumné otázky byly stanoveny následující dílčí úkoly:

1. Na základě teoretického fyzikálního rozboru vytvořit vhodný matematický model pro vyhodnocení indentačních zátěžových zkoušek měkkých tkání pohybového aparátu člověka.
2. Na základě vlastních experimentálních šetření verifikovat (stanovit koeficienty reliability a validity) využití indentačních zátěžových zkoušek při studiu mechanických vlastností měkkých tkání pohybového aparátu člověka *in vivo*, *in situ* realizovaných přístrojem vyvinutým v rámci projektu TG01010117 (Projekt registrovaný v CEP), užitný vzor (Šifta, Kolář, Kysela, Bittner, 2016).
3. Stanovit metodická doporučení pro práci s přístrojem vyvinutým v rámci výše uvedeného projektu.

3 Teoretická část

Na základě formulace problému na konci kapitoly 1.3.4 a v souvislosti s dílčím úkolem č. 1 byl vytvořen fyzikální rozbor indentační zátěžové zkoušky tak, aby mohla sloužit ke studiu mechanických vlastností měkkých tkání pohybového aparátu člověka *in vivo*, *in situ*. Kapitola představuje hlavní přínos autora k této problematice a jedná se tedy o nejdůležitější část celé práce. Společně s kapitolami 4 a 5 je napsána tak, aby text mohl sloužit jako výchozí platforma pro rozvoj a praktické využívání této metody. Výsledky dosažené v rámci této kapitoly jsou zcela obecné a mohou sloužit i při diagnostice mechanických vlastností jiných materiálů než jsou živé tkáně. Jedná se např. o textilní 3D struktury a další, viz příloha 1.

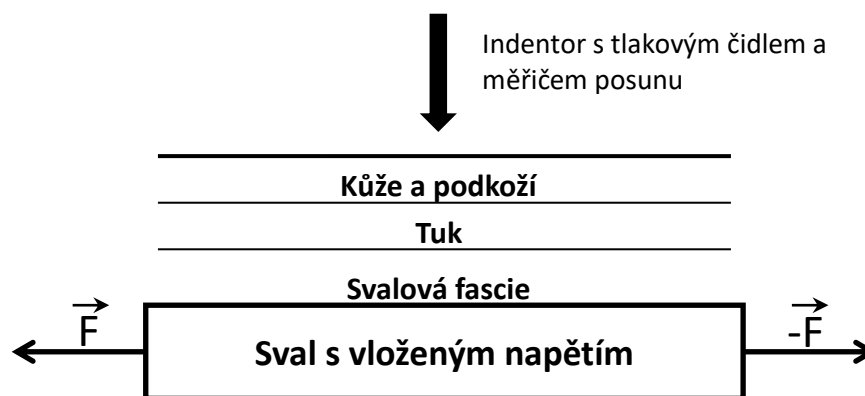
3.1 Formulace úlohy

Jak již bylo zmíněno, základní myšlenkou indentační metody myotonometrie je přístrojová analogie palpačního vyšetření, které se běžně používá k posouzení stavu svalového napětí ve fyzioterapii. Podle stejného principu je tedy vyšetřovaný sval vystaven tlakové deformační zkoušce. Místo palce fyzioterapeuta vyvíjí zatížení indentor definované geometrie (obvykle válce) se silovým snímačem napojeným na měřič posuvu. Podle způsobu a rychlosti deformace lze pak získat různé funkční charakteristiky závislosti snímaného tlaku (síly) na hloubce indentace.

I když metoda má za úkol kvantifikovat stav svalové tkáně, jedná se o metodu neinvazivní, kdy žádná část přístroje neproniká skrz kožní kryt. Při indentaci tak dochází k vratné viskoelastické deformaci všech tkáňových vrstev pod čidlem. Jak znázorňuje obr. 19, jedná se o kůži s podkožím, tukovou tkáň, svalovou fascii a samotný sval nebo skupinu svalových vrstev. Samozřejmě, že pod svalovou tkání jsou další útvary, nejčastěji kost. Ta se však vzhledem k malým deformačním silám a hloubce zanoření (desítky milimetrů) prakticky nedeformuje. Společně s ostatními strukturami pod ní tak tvoří reakční podložku pro tlakové síly indentoru.

Každá měkká tkáň klade jiný, ale specifický odpor při zatížení. Ten, kromě druhu tkáně, bude záviset i na dalších faktorech, zejména na teplotě. V případě kosterního svalu, který je jediný aktivní člen celé struktury, bude také záležet na stavu a změnách jeho vnitřní napjatosti, tedy na svalovém napětí. Dojde-li ke změně svalového tonu,

předpokládá se, že za jinak neměnných podmínek pro ostatní vrstvy bude odezva na indentační zatížení celého systému odlišná. To se projeví ve změně tvaru indentační křivky (viz kap. 4). Je snadné si domyslet, že uplatnění najde metoda zejména v místech snadno dostupných povrchových vrstev svalů např. na horní a dolní končetině.



Obr 19: Schéma tkáňových vrstev zasažených při indentaci.
(Pramen: vlastní.)

Úkolem fyzikálního modelu, který je třeba při rozboru celé problematiky definovat, je umožnit rychlou a snadnou interpretaci naměřených dat a jejich vzájemné srovnání. Z tohoto důvodu byl zaveden následující zjednodušující předpoklad. Na systém indentovaných tkání (kůže, podkoží, tuk, fascie a sval, viz obr. 19) lze nahlížet jako na jedno viskoelastické těleso.

Celá úloha je pak formulována následovně. Úkolem je najít řešení problému indentace tuhého válce poloměru a pronikajícího do poloprostoru z termo-viskoelastického materiálu. Úloha je řešena nejdříve za předpokladu, že materiál je pouze elastický, popsán Hookovým zákonem a za předpokladu malých deformací. Nalezený tvar deformace je použit v dalším kroku k formulaci tenzoru konečných deformací pro Neo_Hookeův hyperelastický materiál. Geometrie úlohy je na obr. 20.

3.2 Fyzikální rozbor indentačního procesu

3.3.1 Deformace a konstitutivní vztahy

Při každé deformaci se zachovává hmotnost deformovaného elementu materiálu. Tato vlastnost je vyjádřena zákonem *Bilance hmotnosti*, který má tvar (3.1),

$$\rho_0 = j\rho, \quad j = \det |F^i{}_I|, \quad F^i{}_I = \frac{\partial x^i}{\partial X^I}, \quad (3.1)$$

kde ρ_0 a ρ jsou postupně hustoty v počátečním-referenčním stavu a ve stavu aktuálním. Deformace je charakterizována zobrazením (3.2),

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t), \quad x^i = x^i(X^I, t), \quad \mathbf{X} = \mathbf{X}(\mathbf{x}, t), \quad X^I = X^I(x^i, t), \quad \text{pro } i, I = 1, 2, 3, \quad (3.2)$$

kteřé deformaci definuje a slouží i ke stanovení všech potřebných tvarů deformačních tenzorů (Maršík F., 1999). Tyto tenzory jsou definovány deformačním gradientem (3.3).

$$F^i{}_I = \frac{\partial x^i(X^I, t)}{\partial X^I}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x^1(X^I, t)}{\partial X^1}, & \frac{\partial x^1(X^I, t)}{\partial X^2}, & \frac{\partial x^1(X^I, t)}{\partial X^3} \\ \frac{\partial x^2(X^I, t)}{\partial X^1}, & \frac{\partial x^2(X^I, t)}{\partial X^2}, & \frac{\partial x^2(X^I, t)}{\partial X^3} \\ \frac{\partial x^3(X^I, t)}{\partial X^1}, & \frac{\partial x^3(X^I, t)}{\partial X^2}, & \frac{\partial x^3(X^I, t)}{\partial X^3} \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Deformační gradient je definován zobrazením počátečního stavu (před deformací) popsaného souřadnicemi $\mathbf{X} = (X^1, X^2, X^3)$ do stavu aktuálního (deformovaného) popsaného stavem $\mathbf{x} = (x^1, x^2, x^3)$.

Biologické tkáně mohou být i stlačitelné materiály, takže při deformaci dochází ke změně objemu. Změna objemu je charakterizována rozdílem $(1 - j)$, pro $j = 1$ jde

o materiály nestlačitelné a velikost změny objemu je úměrná velikosti tlaku p [N/m² = J/m³], kde koeficient úměrnosti K je modul stlačitelnosti. Viz (3.4).

$$p = K(1 - j) = K \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho} \right). \quad (3.4)$$

Elastický homogenní materiál řídící se Hookeovým zákonem (3.5)

$$t^{ij} = Ke_{(1)}\delta^{ij} + 2\hat{\mu}e^{ij}, \quad (3.5)$$

lze zobecnit na materiál termo-viskoelastický, jehož obecný konstitutivní vztah je

$$t^{ij} = -3K\alpha(T - T_o)\delta^{ij} + Ke_{(1)}\delta^{ij} + 2\hat{\mu}e^{ij} + 2\mu d^{ij}. \quad (3.6)$$

Materiálové parametry mohou obecně záviset i na velikosti deformace a mají následující fyzikální význam:

$K \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right]$	je modul stlačitelnosti,
$\hat{\mu} \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right]$	je modul pružnosti ve smyku,
μ [Pa · s]	je koeficient smykové viskozity,
α [K ⁻¹]	je koeficient teplotní roztažnosti.

Eulerův tenzor konečných deformací je definován pomocí deformačního gradientu (3.7)

$$2e_{ij}(x^I, t) = \delta_{ij} - \sum_{I=1}^3 \frac{\partial X^I}{\partial x^i} \frac{\partial X^I}{\partial x^j}, \quad 2\mathbf{e} = \mathbf{I} - \mathbf{F}^{-T}\mathbf{F}^{-1}, \quad (3.7)$$

nebo alternativně pomocí vektoru posunutí (3.8).

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = (u^1(x^i, t), u^2(x^i, t), u^3(x^i, t)) = (u_x, u_y, u_z). \quad (3.8)$$

Jeho obecný tvar je

$$e^{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u^j}{\partial x^i} - 2 \frac{\partial u^l}{\partial x^i} \frac{\partial u_l}{\partial x^j} \right). \quad (3.9)$$

Stopa tenzoru deformace $e_{(1)}$ vyjadřuje změnu velikosti objemu při deformaci a deviator

$e^{(o)}$ tohoto tenzoru vyjadřuje přetvoření. Jejich definice pomocí vektoru posunutí je

$$e_{(1)} = \delta_{ij} e^{ij} = e^{11} + e^{22} + e^{33} = \sum_{m=1}^3 \left[\frac{\partial u^m}{\partial x^m} - \sum_{l=1}^3 \frac{\partial u^l}{\partial x^m} \frac{\partial u_l}{\partial x^m} \right], \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} e^{(o)} = e^{ij} - \frac{1}{3} e_{(1)} \delta^{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u^j}{\partial x^i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u^l}{\partial x^i} \delta^{ij} \right) \\ &+ \frac{1}{3} \sum_{l,m=1}^3 \left(\frac{\partial u^l}{\partial x^m} \frac{\partial u_l}{\partial x^m} \delta^{ij} - 3 \frac{\partial u^l}{\partial x^i} \frac{\partial u^l}{\partial x^j} \right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Zanedbáním kvadratických členů v tenzorech deformace (3.10) a (3.11) lze dostat obvyklý tenzor malých deformací. Vzhledem k tomu, že se někdy užívá jen tenzor malých deformací, je zde ponecháno stejné označení jako v případě tenzoru konečných deformací (3.9), tudíž

$$\begin{aligned} e^{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u^j}{\partial x^i} \right) \\ e^{(o)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^i}{\partial x^j} + \frac{\partial u^j}{\partial x^i} - \frac{2}{3} e_{(1)} \delta^{ij} \right), \quad e_{(1)} &= \frac{\partial u^l}{\partial x^l} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Tenzor rychlosti deformace je definován vztahem

$$d^{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^i}{\partial x^j} + \frac{\partial v^j}{\partial x^i} \right), \quad d^{(o)} = d^{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial v^l}{\partial x^l} \delta^{ij}. \quad (3.13)$$

Rychlost materiálového bodu $\mathbf{v}(\mathbf{X}, t)$ lze vyjádřit v prostorových (Eulerových) souřadnicích $(\mathbf{x}, t) = (x^1, x^2, x^3, t) \equiv (x, y, z, t)$ jako materiálovou derivaci vektoru posunutí $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$.

Při deformačních testech se obvykle měří Youngův modul pružnosti E a Poissonovo číslo $\sigma = \frac{e_{22}}{e_{11}} = \frac{e_{33}}{e_{11}}$ (kontrakce při tahu). V Hookově zákonu (3.5) vystupuje objemový modul K a smykový modul $\hat{\mu}$ a ty lze vyjádřit pomocí měřitelných veličin E, σ následujícím způsobem

$$K = \frac{E}{3(1-2\sigma)}, \quad \hat{\mu} = \frac{E}{2(1+\sigma)}. \quad (3.14)$$

Dalším zobecněním pro případ konečných deformací je materiál hyperelastický, tzv. Neo-Hookeův. Používá se především pro málo stlačitelné elastické materiály typu pryže a je vhodný i k popisu biologických tkání (Humphrey, 2002; Holzapfel, 2000). Hlavní složky Greenova tenzoru napětí (někdy je nazýván Cauchy-Greenův) jsou

$$t_{ii} = \hat{\mu} j^{-5/3} \left(\lambda_i^2 - \frac{C_{(1)}}{3} \right) - K(j-1), \quad \text{pro } i = 1, 2, 3 \text{ a pro } j^2 = \det C_{KL}. \quad (3.15)$$

Odtud je patrné, že v případě konstantní hustoty tkáně ($j=1$) je determinant Greenova tenzoru velkých deformací $\det C_{KL} = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 = 1$. První invariant $C_{(1)} = C_{11} + C_{22} + C_{33} = \lambda_{(1)}^2 + \lambda_{(2)}^2 + \lambda_{(3)}^2$. Zde jsou $\lambda_{(1)}, \lambda_{(2)}, \lambda_{(3)}$ protažení v hlavních směrech deformace, $\hat{\mu}$ je smykový modul podobně jako v Hookově zákoně. Greenův tenzor velkých deformací je definován pomocí deformačního gradientu

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} = C_{KL} = \sum_i F^i{}_L F^i{}_K = \sum_i \frac{\partial x^i}{\partial X^K} \frac{\partial x^i}{\partial X^L}, \quad F^i{}_I = \frac{\partial x^i}{\partial X^I} = \mathbf{F}. \quad (3.16)$$

Pro stlačitelný hyperelastický materiál, na který působí síla jen v jednom směru, což je případ indentace, jsou deformace v hlavních směrech rovny

$$\lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = \lambda_3 = \sqrt{\frac{j}{\lambda}}, \text{ pro } j = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3. \quad (3.17)$$

Hlavní napětí ve směru X_1

$$\begin{aligned} t_{11} &= \frac{2\hat{\mu}}{3j^{5/3}} \left(\lambda^2 - \frac{j}{\lambda} \right) + K(j-1), \quad t_{22} - t_{33} = 0 \\ t_{22} = t_{33} &= \frac{2}{3} \hat{\mu} j^{-5/3} \left(\lambda^2 - \frac{j}{\lambda} \right) - K(j-1) \text{ ve směrech } X_2, X_3 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Jestliže jsou napětí $t_{22} = t_{33} = 0$ pak platí

$$t_{11} = \frac{\hat{\mu}}{j^{5/3}} \left(\lambda^2 - \frac{j}{\lambda} \right). \quad (3.19)$$

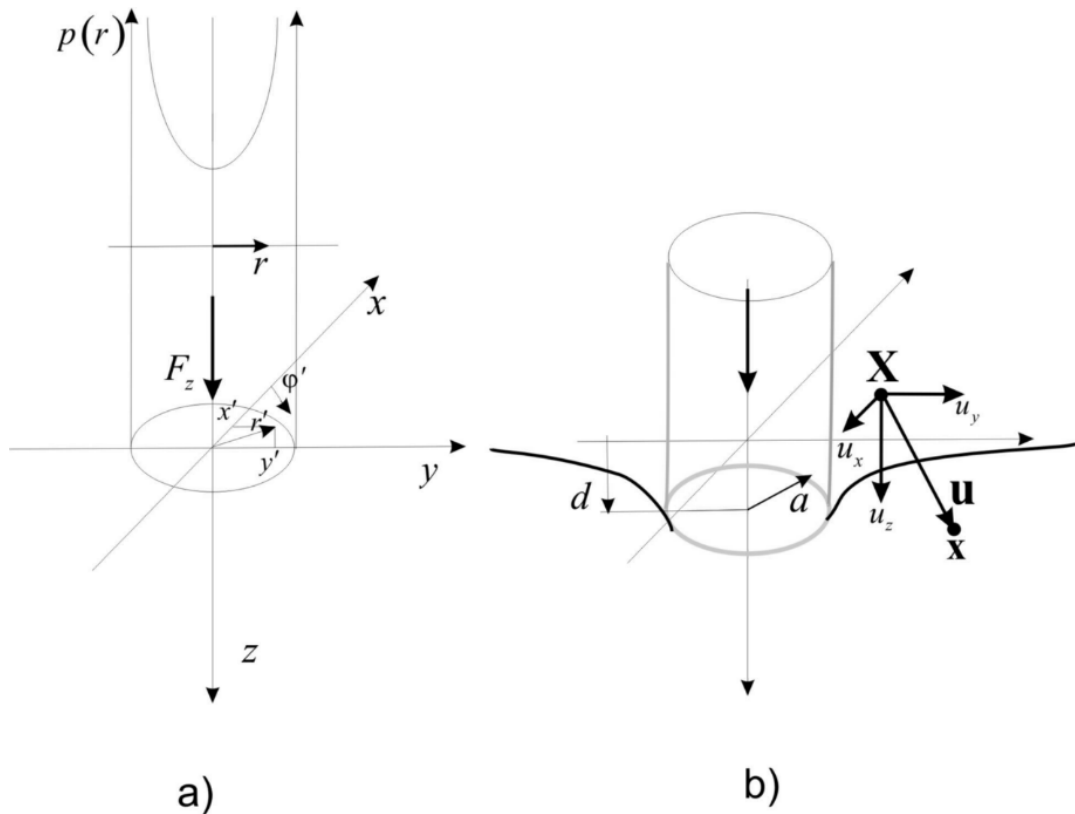
Toto napětí můžeme pro případ malých deformací $j \approx 1 + (1-2\sigma)e_{11}$, $\lambda = 1 + e_{11}$, porovnat s napětím v Hookeově zákoně (3.5)

$$\begin{aligned} t_{11} &= Ee_{11} \approx \hat{\mu} \left[1 - \frac{5}{3}(1-2\sigma)e_{11} \right] \left[(1+e_{11})^2 - \frac{1+(1-2\sigma)e_{11}}{1+e_{11}} \right] \\ &\approx \hat{\mu} [3 - (1-2\sigma)] e_{11} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Složka tenzoru deformace $e_{11} = (l_x - l_{x0})/l_{x0}$ vyjadřuje relativní deformaci ve směru osy x . Při kompresi je záporná. Pro nestlačitelný materiál $\sigma = 0.5$ platí vztah (3.14) $E = 3\hat{\mu}$.

3.3.2 Indentace tuhého válce do elastické poloroviny- malé deformace

Následující postup vychází z klasického analytického řešení problému stacionárního zatížení nekonečného, elastického poloprostoru definovaného Hookeovým zákonem (3.5), viz obr. 20.



Obr. 20: a) zatížení poloroviny silou F_z na válcové ploše o průměru $2a$ s rozložením tlaku $p(r)$,
b) deformace elastické poloroviny s průnikem válcové plochy do hloubky d .

Bilance hybnosti (rovnováha sil) je formulována pro případ malých deformací (3.12) a za působení jen bodových povrchových sil $\mathbf{F} = (0, 0, F_z)$, působících ve směru osy z . S využitím vztahu (3.14) a při neuvážování objemových sil (tj. gravitace je zanedbána) je rovnováha sil rovna (Landau, Lifschitz, 1999)

$$\frac{\partial t_{ij}}{\partial x^j} = \frac{E\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} \frac{\partial u_{il}}{\partial x^i} + \frac{E\sigma}{(1+\sigma)} \frac{\partial u_{il}}{\partial x^l} = 0. \quad (3.21)$$

Po úpravě lze formálně psát

$$(1-2\sigma)\Delta\mathbf{u} + \text{grad div } \mathbf{u} = 0. \quad (3.22)$$

Tuto rovnici lze řešit metodou Greenovy funkce (podrobně viz Landau, Lifschitz, 1999) a velikosti posunutí jsou

$$u_x = \frac{(1+\sigma)}{2\pi E} \left[\frac{xz}{r^3} - \frac{(1-2\sigma)x}{r(r+z)} \right] F_z, \quad (3.23)$$

$$u_y = \frac{(1+\sigma)}{2\pi E} \left[\frac{yz}{r^3} - \frac{(1-2\sigma)y}{r(r+z)} \right] F_z, \quad (3.24)$$

$$u_z = \frac{(1+\sigma)}{2\pi E} \left[\frac{2(1-\sigma)}{r} + \frac{z^2}{r^3} \right] F_z, \quad (3.25)$$

pro $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Síla F_z je výslednicí tlaku působícího pod plochou dotyku. Vstupním předpokladem je, že síla působí v rovině $z = 0$ a je generována tlakem

$$p(r) = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{-1/2} \quad \text{pro } r \leq a, \quad (3.26)$$

viz obr. 20.

Ve smyslu vlastností Greenových funkcí lze vztahy (3.23) až (3.25) považovat za Greenovy funkce rovnice (3.22), kde platí, že $F_z = P_0\delta(x)\delta(y)$, a kde $\delta(x), \delta(y)$ jsou Diracovy funkce. Tudiž deformace je vyvolaná bodovými silami v bodě $x = 0, y = 0, z = 0$. Posunutí vyvolané tlakem (3.26) na kruhové ploše $r \leq a$ je dáno integrály

$$u_x = -\frac{(1+\sigma)p_0}{2\pi E} \iint_{(x')^2+(y')^2 \leq a^2} \left[\frac{(1-2\sigma)(x-x')}{r} \right] \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{-1/2} dx' dy', \quad (3.27)$$

$$u_y = -\frac{(1+\sigma)p_0}{2\pi E} \iint_{(x')^2+(y')^2 \leq a^2} \left[\frac{(1-2\sigma)(y-y')}{r} \right] \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{-1/2} dx' dy', \quad (3.28)$$

$$u_z = \frac{(1-\sigma^2)p_0}{\pi E} \iint_{(x')^2+(y')^2 \leq a^2} \frac{1}{r} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{-1/2} dx' dy', \text{ pro } r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}. \quad (3.29)$$

V integrálech (3.27) až (3.29) je zavedeno označení $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$, což odpovídá silovému působení v bodech x', y' vyplňujících kružnici $(x')^2 + (y')^2 \leq a^2$. Integraci lze provést po zavedení substituce

$$x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi, \text{ a } x' = r' \cos \varphi', y' = r' \sin \varphi', \text{ nebo } dx' dy' = r' d\varphi', \quad (3.30)$$

pro $r' \in (0, a)$, $\varphi' \in (0, 2\pi)$, viz obr 21. Za těchto předpokladů jde o eliptické integrály, které nelze vyjádřit v uzavřeném tvaru. Za předpokladu, že integrace probíhá po křivkách $\varphi = \varphi'$ a pro $r \in (0, a)$, lze nalézt hodnotu posunutí v oblasti pod tělesem

$$u_x = -\frac{(1+\sigma)(1-2\sigma)p_0}{2\pi E} \int_{0,0}^{2\pi,a} \left[\frac{(r-r') \cos \varphi'}{r-r'} \right] \left(1 - \frac{(r-r')^2}{a^2}\right)^{-1/2} r' dr' d\varphi' = 0, \quad (3.31)$$

podobně i pro

$$u_y = -\frac{(1+\sigma)(1-2\sigma)p_0}{2\pi E} \int_{0,0}^{2\pi,a} \left[\frac{(r-r') \sin \varphi'}{r-r'} \right] \left(1 - \frac{(r-r')^2}{a^2}\right)^{-1/2} r' dr' d\varphi' = 0. \quad (3.32)$$

Jediné nenulové posunutí v tomto přiblížení je

$$\begin{aligned} u_z &= \frac{(1-\sigma^2)p_0}{\pi E} \int_{0,0}^{2\pi,a} \left(\frac{1}{r-r'} \right) \left(1 - \frac{(r-r')^2}{a^2}\right)^{-1/2} r' \Big|_{r=0} dr' d\varphi' = \\ &= -\frac{(1-\sigma^2)p_0}{\pi E} \int_{0,0}^{2\pi,a} \left(1 - \frac{(r')^2}{a^2}\right)^{-1/2} dr' d\varphi' \\ &= -\frac{2\pi(1-\sigma^2)a p_0}{\pi E} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\psi = \frac{\pi(1-\sigma^2)a p_0}{E} = d, \text{ pro } r = 0 \end{aligned} \quad (3.33)$$

Tudíž velikost protlačení (indentace) je pod celou plochou indentoru stejná

$$d = \frac{\pi(1-\sigma^2)a p_0}{E}, \quad (3.34)$$

a je úměrná celkové přitlačující síle

$$F_z = \int_{0,0}^{2\pi,a} p(r) r dr d\varphi = 2\pi a^2 p_0, \quad (3.35)$$

takže platí

$$F_z = \frac{2aE}{(1-\sigma^2)} d. \quad (3.36)$$

Tento vztah je zásadní pro stanovení elastických konstant materiálu E a σ z indentační zkoušky, kde indentorem je váleček o průměru $2a$.

Zavedením měrného tlaku (složka tenzoru je záporná protože jde o tlak)

$$t_{33} = t_{zz} = -\frac{F_z}{\pi a^2} = -\frac{2Ed}{\pi(1-\sigma^2)a} = \frac{\hat{\mu}}{j^{5/3}} \left(\lambda^2 - \frac{j}{\lambda} \right) \Big|_{\lambda=1+e_{zz}} = \hat{\mu} [3 - (1-2\sigma)] e_{zz} \quad (3.37)$$

a jeho porovnáním se složkou tenzoru napětí (3.20) ve směru z lze obdržet relaci mezi měrnou deformací e_{zz} a deformací vyvolanou silou F_z na plochu indentoru pro případ malých deformací (3.20). Pro nestlačitelný materiál $\sigma = 0.5$ vychází explicitní vztah

$$e_{zz} = -\frac{8d}{3\pi a}. \quad (3.38)$$

Odtud plyne, že pro malé deformace $|e_{zz}| < 1$ musí být $d < a$. Tedy jen malé proniknutí do objemu materiálu.

Relativní deformaci způsobenou indentorem ve směru z lze přímo stanovit z obecného vztahu pro posunutí (3.25) a z definice (3.12)

$$e_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} = - \frac{2(1+\sigma)z}{2\pi E r^3} \Bigg|_{\substack{z=d \\ r=a}} F_z = - \frac{(1+\sigma)F_z d}{\pi E a^3}. \quad (3.39)$$

Nahrazením přítláčné síly F_z vztahem (3.36) lze dospět k alternativnímu vyjádření vztahu (3.38)

$$e_{zz} = - \frac{2}{\pi(1-\sigma)} \left(\frac{d}{a} \right)^2 \Bigg|_{\sigma=0.5} = - \frac{4}{\pi} \left(\frac{d}{a} \right)^2. \quad (3.40)$$

Velikosti relativních deformací jsou různé a blíží se sobě pouze v případě pro hloubku proniknutí $d \sim$. Jen v těchto případech lze používat aproximaci malých deformací.

3.3.3 Indentace tuhého válce do elastického poloprostoru - velké deformace

Při reálných experimentech na elastických (biologických) tkáních dochází k velkým deformacím. Největší deformace nastává ve směru protlačení, tj. ve směru osy z . Průběh této deformace lze aproximovat závislostí $u_z(r)$, která vychází z formule (3.25)

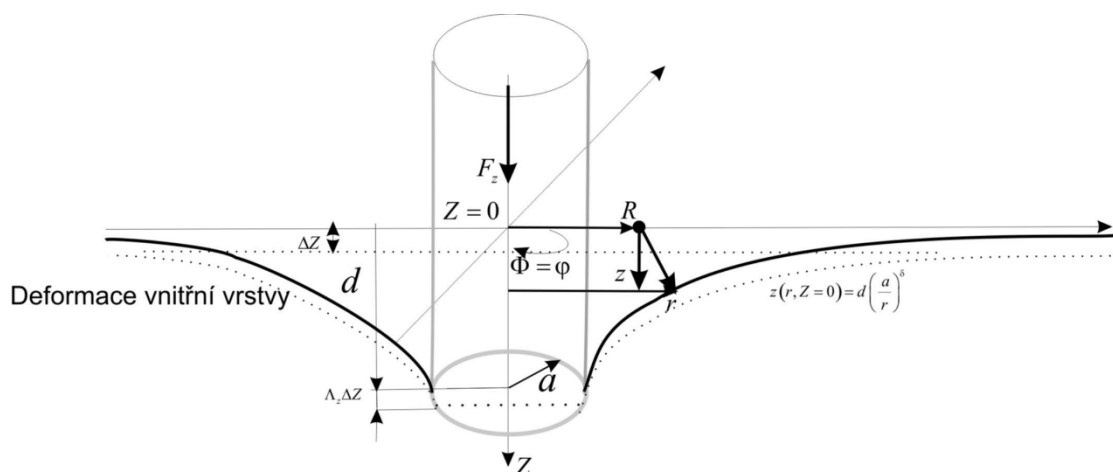
$$u_z = \frac{1+\sigma}{2\pi E} \left[\frac{2(1-\sigma)}{r} + \frac{z^2}{r^3} \right] F_z = \frac{(1-\sigma^2)F_z}{\pi E r} + \frac{(1+\sigma)z^2 F_z}{2\pi E r^3}. \quad (3.41)$$

Jak bylo ukázáno ve vztahu (3.39) nezávisí relativní deformace na prvním členu na pravé straně (3.41). Pro stanovení prodloužení ve směru z je tento člen nepodstatný, protože velikost deformace λ_z v hlavním směru z se předpokládá ve tvaru $\lambda_z = 1 + e_{zz}$. Za tohoto

předpokladu, s využitím formule (3.39) a zavedením polárních souřadnic $(R, \Phi, Z), (r, \varphi, z)$, lze deformaci popisovat zobrazením (viz obr. 21)

$$\begin{aligned} r &= r(R), \\ \varphi &= \Phi, \\ z &= \Lambda_z Z + \frac{d a^\delta}{r^\delta(R)}, \quad \text{pro } r, R \geq a, \quad \varphi, \Phi \in (0, 2\pi), \quad z, Z \geq 0, \delta \in E_1 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Parametr δ určuje tvar zakřivení plochy vzniklé při indentaci. Jeho obvyklá hodnota pro malé deformace $d/a \leq 0.5$ je $\delta = 1$ (srovnej se vztahem (3.25) - první člen v hranaté závorce). Pro velká protlačení $d/a \sim$ je z intervalu $\delta \in (0.25, 1)$. Jeho konkrétní velikost pro velké deformace je třeba otestovat pomocí nějaké nezávislé metody.



Obr. 21: Konečné deformace vyvolané indentací vyjádřené v polárních souřadnicích.

Legenda: Rovina $Z = 0$ se po indentaci zobrazí na rovinu $z(r, Z = 0) = d a^\delta / r^\delta$.

Kompresce ve směru Z je vyjádřena koeficientem Λ_z .

Deformační gradient odpovídající (3.42) je

$$\frac{\partial x^i}{\partial X^I} = F^i_I \equiv \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial R}, & \frac{\partial r}{R \partial \Phi}, & \frac{\partial r}{\partial Z} \\ r \frac{\partial \varphi}{\partial R}, & r \frac{\partial \varphi}{R \partial \Phi}, & r \frac{\partial \varphi}{R \partial \Phi} \\ \frac{\partial z}{\partial R}, & \frac{\partial z}{R \partial \Phi}, & \frac{\partial z}{\partial Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r}{\partial R}, & 0, & 0 \\ 0, & \frac{r}{R}, & 0 \\ -\delta \frac{d}{r} \left(\frac{a}{r} \right)^\delta \frac{\partial r}{\partial R}, & 0, & \Lambda_z \end{pmatrix}. \quad (3.43)$$

Determinant tohoto zobrazení je

$$\det \left| \frac{\partial x^i}{\partial X^I} \right| = \frac{\Lambda_z r}{R} \frac{\partial r}{\partial R} = j, \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial r}{\partial R} = \frac{jR}{\Lambda_z r} \Big|_{\substack{j=1 \\ r=R=a}} = \frac{1}{\Lambda_z}, \quad (3.45)$$

kde poslední rovnost platí pro nestlačitelný materiál. Za předpokladu, že dochází ke kompresi materiálu ve směru z , dochází ve směru radiálním k jeho natahování. Je-li naopak materiál natahován tj., $\Lambda_z > 1$, je materiál v radiálním směru kontrahován. Pro případ malých deformací platí (Maršík, 1999)

$$j \approx 1 + e_{(1)} = 1 + e_{xx} + e_{yy} + e_{zz} = \frac{\Lambda_z r}{R} \frac{\partial r}{\partial R} \Big|_{r=R=a} = \Lambda_z \frac{\partial r}{\partial R} \Big|_{R=a} = 1 + e_{zz}. \quad (3.46)$$

Odtud je zřejmé, jak stlačování – indentace způsobuje natahování ve směru radiálním.

Dále je třeba vypočítat Greenův deformační tenzor (3.16)

$$C_{IJ} = (F^T F)_{IJ} = \begin{pmatrix} \left[1 + \left(\delta \frac{d}{r} \left(\frac{a}{r} \right)^\delta \right)^2 \right] \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)^2, & 0, & - \left(\delta \Lambda_z \frac{d}{r} \left(\frac{a}{r} \right)^\delta \right) \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right), \\ 0, & \left(\frac{r}{R} \right)^2, & 0 \\ - \left(\delta \Lambda_z \frac{d}{r} \left(\frac{a}{r} \right)^\delta \right) \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right), & 0, & \Lambda_z^2 \end{pmatrix}. \quad (3.47)$$

Nalezením vlastních čísel (C_r, C_ϕ, C_z) tohoto tenzoru lze stanovit prodloužení či zkrácení v hlavních směrech deformace. Vzhledem ke struktuře matice je zřejmé, že její charakteristická rovnice je

$$\left[\left(\frac{r}{R} \right)^2 - C \right] \left[C^2 - (a_{11} + \Lambda_z^2)C + a_{11}\Lambda_z^2 - a_{31}^2 \right] = 0, \quad (3.48)$$

kde je označeno

$$a_{11} = \left[1 + \left(\delta \frac{d}{r} \left(\frac{a}{r} \right)^\delta \right)^2 \right] \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)^2, \quad a_{31} = - \left(\delta \Lambda_z \frac{d}{r} \left(\frac{a}{r} \right)^\delta \right) \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right). \quad (3.49)$$

Vlastní čísla tenzoru deformace (3.47) jsou

$$\begin{aligned} C_r &= \frac{a_{11} + \Lambda_z^2}{2} + \sqrt{(a_{11} - \Lambda_z^2)^2 + 4a_{31}^2}, \\ C_\varphi &= \left(\frac{r}{R} \right)^2, \\ C_z &= \frac{a_{11} + \Lambda_z^2}{2} - \sqrt{(a_{11} - \Lambda_z^2)^2 + 4a_{31}^2} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Při nulové indentaci je ($d = 0$, tj., $F_z = 0$) je

$$a_{11} = \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)^2, \quad a_{31} = 0 \quad (3.51)$$

a vlastní čísla jsou

$$C_r = \frac{3}{2} \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)^2 - \frac{\Lambda_z^2}{2}, \quad C_\varphi = \left(\frac{r}{R} \right)^2, \quad C_z = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)^2 + \frac{3\Lambda_z^2}{2}. \quad (3.52)$$

V tomto přiblížení je zřejmé, že pro materiál bez předpětí, tj. $\Lambda_z = 1$ je i $\partial r / \partial R = 1$ a vlastní čísla jsou $C_r = 1, C_\varphi = 1, C_z = 1$. Obecně vlastní čísla $C_r = \lambda_r^2, C_z = \lambda_z^2$ souvisí s prodloužením v odpovídajících směrech a jak plyne ze vztahu (3.50) závisí jejich velikost

na velikosti proniknutí d , tj. na velikosti přitlačné síly F_z . Jedno vlastní číslo lze stanovit okamžitě, $C_\varphi = \lambda_\varphi^2 = 1$ a znamená, že deformace je symetrická kolem osy Z .

3.3.4 Indentace tuhého válce do elastického nestlačitelného poloprostoru – velké deformace

Nyní lze přistoupit k určení vlastních čísel tenzoru deformace (3.50). Výpočet je proveden pro případ velice zjednodušených podmínek

$$j=1, \Lambda_z^{-1} = \frac{\partial r}{\partial R} = 1 \quad \text{pro } r = a. \quad (3.53)$$

Potom

$$a_{11} = 1 + \left(\delta \frac{d}{r} \right)^2, \quad a_{31} = -\delta \frac{d}{r} \quad (3.54)$$

a velikost vlastních čísel je

$$\begin{aligned} C_r = \lambda_r^2 &= 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta d}{a} \right)^2 + \frac{\delta d}{a} \sqrt{\left(\frac{\delta d}{a} \right)^2 + 4}, \\ C_\varphi &= 1, \\ C_z = \lambda_z^2 &= 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta d}{a} \right)^2 - \frac{\delta d}{a} \sqrt{\left(\frac{\delta d}{a} \right)^2 + 4}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Z těchto vztahů je patrné, že při stlačování ve směru z dochází k napínání ve směru radiálním. Jak plyne z velikosti C_z má přiblížení (3.53) smysl jen pro poměr $d/a \leq 0.5$.

Pak pro $\delta = 1$ je $C_z \geq 0.95, \lambda_z \geq 0.31, e_{zz} \geq -0.7$ (znaménko “-” je zde v důsledku komprese). Srovnaj se vztahem plynoucím z teorie malých deformací (3.38), který pro nestlačitelný materiál při indentaci $d/a = 0.5$ dává $e_{zz} = -0.425$. Z tohoto srovnání plynou meze použitelnosti zjednodušení (3.53) i když je třeba poznamenat, takto velké relativní deformace již nelze považovat za malé.

S ohledem na konstitutivní vztahy pro Neo-Hookeův hyperelastický materiál (3.17) až (3.19) lze pro definovanou geometrii, kde jsou napětí $t_{\varphi\varphi} = t_{rr} = 0$ (viz obr. 22), psát

$$t_{zz} = -\frac{F_z}{\pi a^2} = \frac{\hat{\mu}}{j^{5/3}} \left(\lambda_z^2 - \frac{j}{\lambda_z} \right), \quad (3.56)$$

kde

$$\lambda_z = \lambda, \lambda_\varphi = 1, \lambda_r = \frac{j}{\lambda}, \text{ pro } j = \lambda_r \lambda_\varphi \lambda_z. \quad (3.57)$$

Ze znalosti poměru d/a , pomocí obecných vztahů (3.50) pro velké deformace (je třeba znát i velikost Λ_z , popř. ji odhadnout), nebo pro malé deformace ze vztahů (3.55) a velikosti přítláčné síly, lze stanovit smykový modul testovaného materiálu. Pro kontrolu lze porovnat se vztahy pro malé deformace (3.37), kde lze stanovit E, σ , přímo z hloubky indentace.

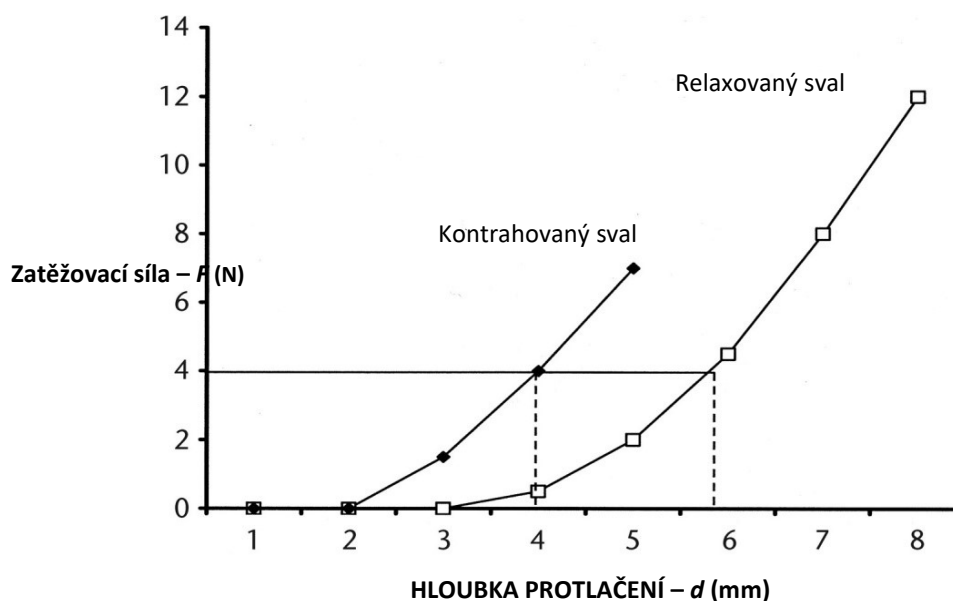
3.3.5 Ukázka aplikace dosažených výsledků

Nyní je možné přistoupit k praktické demonstraci použití indentace ke stanovení elastických vlastností měkkých tkání. Za tímto účelem budou využita data uvedená v grafu na obr. 22. Předpokladem jest, že indenter má poloměr $a=4$ mm (Tento předpoklad není nijak ověřen, úloha má čistě demonstrativní charakter). Pro kontrahovaný sval je poměr $d/a = 0.5$. S využitím zjednodušeného vztahu (3.55) při $\delta = 1$ pro výpočet $\lambda_z^2 = 0.095$ a $\lambda_z = 0.31$ a dosazením do vztahu (3.56) vychází

$$-\frac{F_z}{\pi a^2} = \hat{\mu} \left(0.095 - \frac{1}{0.31} \right) = \hat{\mu} (-3.13) = -\frac{4}{5 \cdot 10^{-5}}. \quad (3.58)$$

Odtud plyne hodnota smykového modulu $\hat{\mu} = 0.26 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$. Dosazením do vztahu pro malé deformace (3.36) plyne hodnota $E = 1.87 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$. S uvážením, že $E = 3\hat{\mu}$, tj. podle vztahu (3.56) za zjednodušených předpokladů (3.53) vychází $E = 0.78 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$, což potvrzuje řádovou shodu.

Ještě je nutné ukázat vliv koeficientu δ na hodnotu elastické konstanty. Za předpokladu, že je tvar plochy při indentaci popsán koeficientem $\delta = 0.5$, pak je podle vztahů (3.55) $C_z = 0.527$, $\lambda_z = 0.726$ a hodnota smykového modulu pro kontrahovaný sval je $\hat{\mu} = 0.94 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$, kterému odpovídá $E = 2.82 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$.



Obr. 22: Ukázka kvalitativního srovnání dvou měření myotonometrem.
(Pramen: upraveno podle Leonard, Stephensen, Stroppel, 2001.)

Podobně lze vyhodnotit smykový modul na základě obr. 23 i pro protažený sval. Volbou opět $\delta = 0.5$ a pro $d/a = 0.75$ vychází $C_z = 0.307$, $\lambda_z = 0.554$. Dosazením těchto hodnot do (3.58) vychází $\hat{\mu} = 0.534 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$, popř. $E = 1.6 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$. Tudiž smykový (popř. i Yongův) modul klesl téměř na polovinu. K podobnému závěru lze dospět i pomocí vztahu (3.36), který dává hodnotu $E = 1.25 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$.

3.3.6 Stanovení viskozity materiálu metodou indentace

Závěrem kapitoly 3.3 je uveden možný způsob stanovení viskozity materiálu indentační metodou. Tenzor napětí (3.6) viskoelastického materiálu lze rozložit na část čistě elastickou \mathbf{t}_{el} , která závisí jen na tenzoru deformace (3.12) a část disipativní \mathbf{t}_{dis} , která závisí na tenzoru rychlosti deformace (3.13). Jejich obvyklý tvar je

$$\mathbf{t}^{ij} = \mathbf{t}_{el}^{ij} + \mathbf{t}_{dis}^{ij}, \text{ kde } \mathbf{t}_{el}^{ij} = Ke_{(1)}\delta^{ij} + 2\hat{\mu}e^{ij}, \quad \mathbf{t}_{dis}^{ij} = 2\mu d^{ij}. \quad (3.59)$$

Zjednodušený model isotropního nestlačitelného viskózního materiálu, který popisuje i jeho tečení (creep) je např. Oldquistova rovnice (Maršík, 1999), kterou pro jednosměrné zatížení lze zapsat ve tvaru

$$t_{\text{dis}}^{zz} = 2\mu d^{zz} = \frac{4}{3}\mu_0 \left(\frac{2}{3}\right)^n d_{zz}^{2n-1}. \quad (3.60)$$

Zde μ_0 [Pa·s] je koeficient viskozity a pro $n=1$ se materiál chová jako Newtonovská tekutina. Pro $n \rightarrow 0.5$ se materiál stává méně tekutým, až při $n=0.5$ nastává mez kluzu (creep) a dochází k trvalé deformaci.

Obecný a přesný vztah pro tenzor rychlosti deformace d_{ij} lze získat pouze materiálovou derivací Greenova tenzoru (3.16), popř. (3.41), ze vztahu (Maršík, 1999)

$$\dot{C}_{kl} = 2d_{kl} \frac{\partial x^k}{\partial X^K} \frac{\partial x^l}{\partial X^L} = 2\mathbf{F}^T \mathbf{d} \mathbf{F}, \text{ popř. } 2d_{kl} = \dot{C}_{kl} \frac{\partial X^K}{\partial x^k} \frac{\partial X^L}{\partial x^l} = \mathbf{F}^{-T} \dot{\mathbf{C}} \mathbf{F}^{-1} \quad (3.61)$$

V hlavních směrech deformace lze použít vlastní čísla (3.50). Pro první přiblížení je možno použít vztahy (3.38), popř. (3.40). V rámci malých deformací platí $\dot{e}_{zz} = d_{zz} = \partial v_z / \partial z = \dot{\lambda}_z$. Tedy

$$d_{zz} = \dot{e}_{zz} = -\frac{8\dot{d}}{3\pi a} \approx \left(-\frac{8}{\pi} \frac{d}{a^2} \dot{d} \right). \quad (3.62)$$

Ze závislosti rychlosti indentoru \dot{d} a odpovídajícího napětí (napětí elastické komponenty musí být odečteno) lze stanovit koeficient viskozity μ_0 [Pa·s] definovaný zákonem (3.60).

4 Empirická část

Následující kapitola se věnuje experimentům, které mají za cíl verifikovat použití indentačních zátěžových zkoušek ke studiu mechanických vlastností měkkých tkání pohybového aparátu *in vivo*, *in situ*. Veškerá šetření byla realizována na přístroji – funkčním vzorku vyvinutým Kyselou, Kolářem, Starým, Šiftou a Bittnerem (2016), viz kap. 4.1.2 a přílohy 7 a 8, v rámci projektu TG01010117 (Projekt registrovaný v CEP), užitný vzor (Šifta, Kolář, Kysela, Bittner, 2016). Experimentální šetření je rozděleno do dvou částí.

První sada experimentů je věnována ověření reliability metody, tedy její spolehlivosti z hlediska konzistence výsledků získaných opakovaným měřením na jednom subjektu za stejných podmínek. Pro účely této práce je reliability kvantifikována tzv. koeficientem reliability (*rel*), který lze chápat jako souhrnný údaj o přesnosti metody, či o její citlivosti na nestálost vnitřních a vnějších podmínek při realizaci šetření.

Druhá část je věnována validitě metody, tedy snaze kvantifikovat míru jistoty s jakou uživatel dokáže z výsledků měření odvodit správná rozhodnutí (Hendl, 2004). Smyslem validačních experimentů bylo ověřit, zda indentační metoda dokáže identifikovat a kvantitativně popsat rozdíly ve svalovém napětí. Úmyslně zde není uveden pojem „zjistit rozdíl“ ve svalovém napětí, protože již z principu přístroje je zřejmé, že absolutní hodnoty svalových napětí ani jejich změny touto metodou určit nelze. Myotonometr však pracuje na základě myšlenky, že sval, který má díky CNS vtištěno ve směru své kontraktility určité tonické napětí, vykazuje i v ostatních směrech jistou mechanickou odolnost, která je tomuto vtištěnému napětí přímo úměrná. To je v souladu s Hendlovým (2004) pojetím validity. Za tímto účelem byl jednak odhadnut tzv. koeficient validity (*val*) indentační metody, jednak byla provedena statistická analýza výše uvedené závislosti (úměry). Více viz kap 4.1.4.

Z důvodu zachování korektnosti je třeba zmínit, že experimenty byly realizovány při plnění diplomových témat, proto dílčí výsledky jsou v příslušných diplomových pracích prezentovány. Jedná se o závěrečnou práci Kopecké (2018, vedoucí práce Václav Bittner) a Pertlíkové (2016, vedoucí práce Petr Šifta, konzultant Václav Bittner). Autor této disertační práce uvedené témata navrhl a podílel se na jejich řešení. Zejména se podílel na přípravě, realizaci a vyhodnocení experimentů, včetně statistických analýz.

4.1 Metody

4.1.1 Charakteristika výzkumného souboru

Verifikační experimenty byly realizovány s využitím dvou skupin probandů. V obou případech se jednalo o studenty vysokých škol. První experimentální skupinu VS₁ (N₁ = 30) tvořilo dohromady 30 mužů a žen ve věku 21 – 23 let. Druhý výzkumný soubor VS₂ (N₂ = 20) tvořilo celkem 10 mužů a 10 žen ve věku 22 – 23 let. Z hlediska zdravotní anamnézy byl u druhé skupiny kladen důraz na vyloučení neurologických a svalových onemocnění a úrazů v oblasti horních končetin. Pro první skupinu nebyla stanovena žádná kritéria pro výběr.

Z důvodu zachování etických norem byli všichni účastníci seznámeni s průběhem a smyslem výzkumu. Svůj souhlas s experimentem vyjádřili podpisem informovaného souhlasu, viz Kopecká (2018) a Pertlíková (2016).

4.1.2 Metodika sběru dat

První experiment (výzkumný soubor VS₁, N₁ = 30) byl realizován výhradně k odhadu koeficientu reliability zkoumané metody. Pro indentační zátěžové zkoušky in vivo, in situ byl vybrán palpačně dobře dostupný m. brachioradialis a to na pravé horní končetině. V rámci experimentu byly využity indentory o poloměrech 2 a 12 mm. Rychlost indentace byla zvolena 4 mm/s, hloubka protlačení činila 10 mm. Design experimentu byl nastaven tak, aby bylo možné provést odhad koeficientu reliability metodou test-retest a metodou vnitřní konzistence, viz kap 4.1.4. Šetření bylo realizováno v rámci jednoho dne, kdy každý jedinec absolvoval s odstupem několika minut vyšetření oběma indentory, vždy v počtu dvou opakování. Důležité je zmínit, že examinátorem byla poučená osoba, zdravotník, ovšem bez vzdělání a praktických zkušeností v oboru fyzioterapie.

V rámci druhého experimentu (výzkumný soubor VS₂, N₂ = 20) bylo cílem ověřit zejména validitu (koeficient validity) indentační metody. Za tímto účelem byly indentační zátěžové zkoušky in vivo, in situ realizovány na flexorech prstů ruky (ventrální strana předloktí) a to při různé intenzitě jejich izometrické volní kontrakce. Ve snaze eliminovat vliv biochemických změny ve svalové tkáni, byla tato intenzita volena tak, aby nepřekročila 50% maximálního volního úsilí, tedy 50% maximální síly stisku prstů

(stanoveno dynamometrem, viz kap. 4.1.3). Zátěžové zkoušky proběhly při intenzitách 0%, 20%, 35% a 50% maximálního svalového úsilí, s využitím dvou indentorů (poloměr 9 a 10.5 mm) a při rychlostech indentace 3, 6 a 9 mm/s. Místo k indentaci bylo stanoveno Kopeckou (2018) následovně: *“Bod v jedné třetině délky předloktí (olecranon - proc. styloideus ulnae) na ventrální ploše, poněkud mediálně od střední osy předloktí, tedy na mediálním valu tvořeném flexorovou skupinou, a to tak, že se okraj kontaktní plochy indentoru střední čáry právě dotýkal. Palpačně jsme ověřili, že v tomto místě lze registrovat při izometrické kontrakci flexorů prstů zvýšení tuhosti“*. Hloubka indentace byla zvolena 15 mm. U jednoho probanda byla mezi jednotlivými šetřeními ponechána regenerační pauza minimálně 2 min.

Vzhledem k designu druhé studie bylo možné znovu odhadnout koeficient reliability metody. V tomto případě však examinátorem byla studentka oboru fyzioterapie v závěrečném roce studia. Tedy s teoretickými i praktickými zkušenostmi v oblasti palpačních vyšetřovacích technik. Porovnáním výsledků z prvního a druhého experimentu bylo pak možné diskutovat nad objektivitou indentační metody, viz kap 5.

4.1.3 Experimentální metody a struktura analyzovaných dat

4.1.3.1 Myotonometr vyvinutý v rámci projektu TG01010117

Samotný přístroj, myotonometr, je v zásadě jednoduché zařízení složené ze silového snímače a A/D zesilovače propojeného přes paralelní port s počítačem. V něm je nainstalován řídicí software. Jak je patrné z obr. 23, přístroj je tvořen konstrukčně pevným, zakrytovaným tělem, které zajišťuje dostatečnou pevnost celého zařízení. Sada indentorů má tvar válce s kontaktní plochou kruhového tvaru o poloměrech 2, 3, 4, 7, 9, 10.5 a 12 mm. Důležitou konstrukční vlastností přístroje je použití tříosého piezoelektrického čidla snímače síly. Ten je tak schopen určit normálovou složku celkové síly působící na tkáň ve vybraném místě povrchu lidského těla.



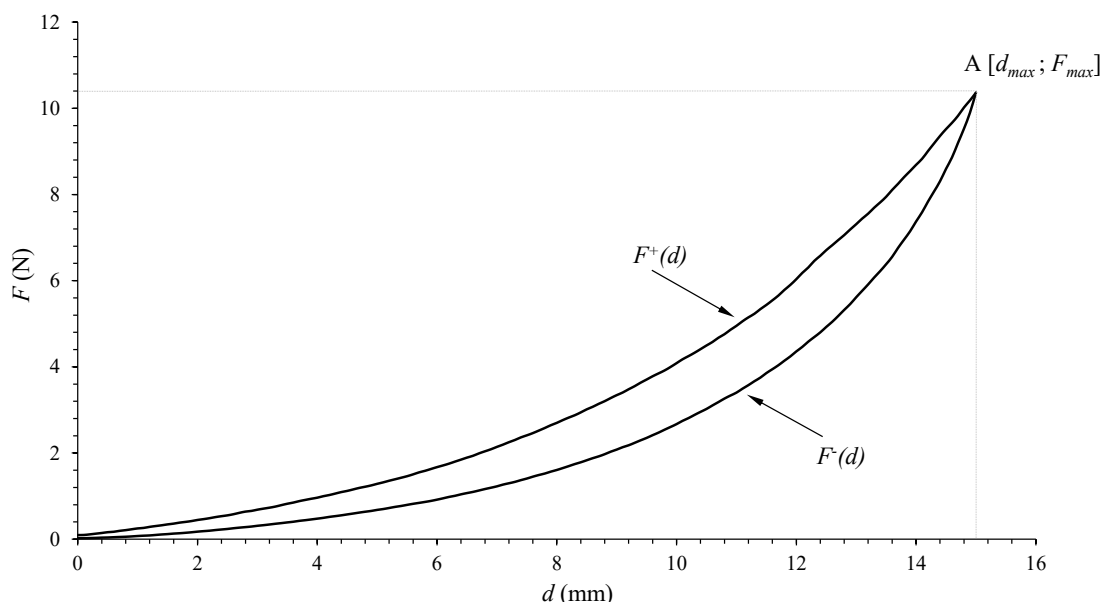
Obr 23: Myotonometr (Kysela, Kolář, Starý, Šifta, Bittner, 2016).
(Pramen: vlastní.)

Softwarové ovládání myotonometru umožňuje provádět kalibraci přístroje, nastavit rychlost a hloubku zanoření indentoru a stanovit mezní deformační sílu. Výstupními daty je množina dvojic diskrétních hodnot [hloubka zanoření; normálová síla], která je ukládána do paměti přístroje s frekvencí 20 Hz. Získaná data jsou po ukončení měření v grafické i tabulkové podobě znázorněna na monitoru počítače nebo tabletu (viz obr 23). Taktéž je možné data exportovat do souboru ve formátu *txt*. To umožňuje jejich další zpracování a výslednou fyzikální interpretaci. V současné chvíli přístroj umí při zadaných počátečních parametrech (rychlost a hloubka indentace) pouze jeden typ zatížení. Tím je zanoření a vynoření indentoru konstantní rychlostí (viz obr. 15, e).

4.1.3.2 Bioreogram indentační zátěžové zkoušky

Z hlediska navazujícího zpracování dat je důležité popsat strukturu hysterezní křivky tzv. bioreogramu. Primárním zdrojem dat je závislost síly F [N] vyvíjené indentorem na hloubce jeho protlačení d [m] do tkáně ($F=F(d)$). Vzhledem k charakteru závislosti (rostoucí, konvexní funkce) lze extrémné hodnoty obou veličin označit jako

souřadnice bodu A [d_{max} ; F_{max}]. Zobrazený bioreogram je tvořen dvěma křivkami, zatěžovací – $F^+(d)$ a odlehčovací – $F^-(d)$. Obě dohromady, díky viskoelastickému chování měkkých tkání, tvoří (po zohlednění setrvačných sil vyvolaných pohybem indentoru) uzavřenou hysterezní smyčku, tzv. pracovní diagram, viz obr. 24.



Obr 24: Hysterezní křivka bioreogramu – pracovní diagram (závislost síly vyvíjené myotonometrem na hloubce zapuštění indentoru do tkáně).
(Pramen: vlastní.)

Legenda: $F^+(d)$ – zatěžovací fáze indentační zkoušky,
 $F^-(d)$ – odlehčovací fáze indentační zkoušky.

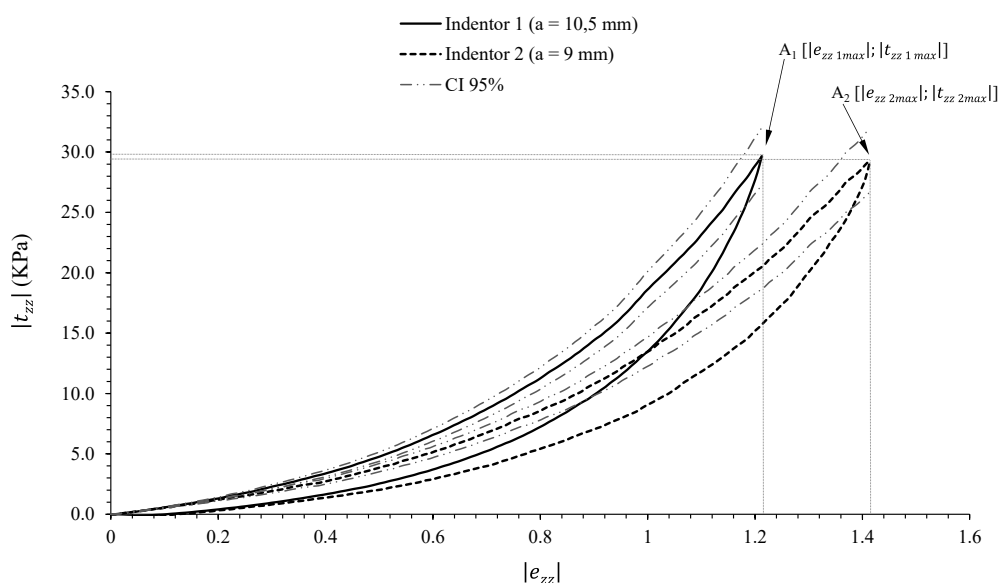
Vzhledem k tvaru závislostí $F^+(d)$ a $F^-(d)$ lze při pevně zvolené maximální hloubce indentace d_{max} pro daný bioreogram snadno získat následující primární deskriptory zatěžovací zkoušky. Vedle maximální odporové síly F_{max} [N] se jedná o práci vykonanou myotonometrem při zatěžovací fázi zkoušky W^+ [J] a disipovanou energii E_{dis} [J] během indentačního procesu (vztahy 4.1 a 4.2).

$$W^+ = \int_0^{d_{max}} (F^+(d)) dd \quad (4.1)$$

$$E_{dis} = W^+ - W^- = \int_0^{d_{max}} (F^+(d) - F^-(d)) dd \quad (4.2)$$

Jak již bylo zmíněno, obě křivky bioreogramu mají morfologicky jednoznačný a poměrně jednoduchý průběh (rostoucí a konvexní funkce). Jejich deskriptory (F_{max} , W^+ , E_{dis}) lze tak využít v rámci validačních experimentů indentačních zátěžových zkoušek pohybového aparátu *in vivo*, *in situ*, a to jak při odhadech koeficientů reliability a validity metody, tak při posouzení odlišnosti dvou srovnatelných bioreogramů. Tímto způsobem jsou však porovnatelné pouze bioreogramy se stejnou maximální hloubkou indentace d_{max} a s využitím indentoru o stejném poloměru a . Bez ohledu na tuto skutečnost, lze však v rámci malých deformací využitím vztahu 3.36 odhadnout Yongův modul E [Pa] přímo z průběhu $F^+(d)$. Tedy za předpokladu, že se podaří oddělit elastickou a disipativní složku závislosti (viz kap. 5.1).

S využitím vztahů 3.38 (alternativně 3.40) a 3.56 lze transformovat pracovní diagram (obr. 24) na závislost tlakového napětí t_{zz} [Pa] na relativní deformaci e_{zz} , viz obr. 25. Vzhledem k záporným hodnotám obou veličin (jedná se o kompresi) jsou v grafu vyneseny jejich absolutní hodnoty.



Obr 25: Hysterezní křivka bioreogramu – závislost tlakového napětí na relativní deformaci tkáně vyvolané indentorem při zátěžové zkoušce.
(Pramen: vlastní.)

Legenda:

Na obrázku je znázorněn vliv poloměru indentoru na tvar bioreogramu. Rychlost i hloubka indentačního procesu byla v obou případech stejná ($v = 3$ mm/s, $d = 15$ mm). Konfidenční intervaly (CI), znázorněné pro zatěžovací fázi bioreogramu, byly zkonstruovány pro $N = 3$. Konfidenční intervaly pro odlehčovací fázi indentační zkoušky vycházejí podobně. Relativní chyba je ve všech bodech bioreogramu přibližně stejná a pohybuje se kolem 10 %. V rámci zjištěných odchylek je dobře patrná shoda obou hysterezních křivek v $t_{zz max}$. Shoda panuje i ve veličinách w^+ a w_{dis} . Složitější situace nastává při odhadu elastických modulů (viz kap. 5.1).

Uvedená transformace umožňuje názorně porovnat výsledky zátěžových zkoušek jak z různou maximální hloubkou indentace, tak i s různými poloměry indenterů. Pokud je možné rozlišit elastickou a disipativní složku napětí, lze v rámci malých deformací snadno určit Youngův modul E (Pa). Směrnice tečny ke grafu závislosti elastického napětí na relativní deformaci má totiž význam modulu elasticity.

Stejně jako u pracovního diagramu byly zavedeny vztahy 4.1 a 4.2, lze analogicky pro závislost na obr. 25 zavést veličiny w^+ [J/m³] a w_{dis} [J/m³].

$$w^+ = \int_0^{e_{zz}^{\max}} (t_{zz}^+(e_{zz})) de_{zz} \quad (4.3)$$

$$w_{dis} = w^+ - w^- = \int_0^{e_{zz}^{\max}} (t_{zz}^+(e_{zz}) - t_{zz}^-(e_{zz})) de_{zz} \quad (4.4)$$

V rámci transformace přejdou obě energie jak vložená do indentačního procesu, tak tímto procesem disipovaná, ve své měrné alternativy, vztažené k jednotce objemu.

4.1.3.3 Ruční dynamometr

V rámci druhého, validačního experimentu (VS₂, N₂ = 20) bylo taktéž nutné zjistit intenzitu vyvíjené volní kontrakce flexorů prstů ruky. K tomuto účelu byl využit digitální ruční dynamometr Takei 5401. Přístroj je navržený ke stanovení statické síly vyvíjené touto skupinou svalů. Přístroj má hmotnost 0,63 kg a je opatřen nastavitelnou rukojetí pro různou velikost ruky.

Vyvinutá síla je na displeji uváděna jako ekvivalent zvedané hmotnosti, tedy v kg. Rozsah přístroje je 5-100 kg s minimálním dílem 0,1 kg. Přístroj je vybaven automatickou kalibrací a jeho přesnost je výrobcem uváděna jako ± 2 kg.



Obr 26: Ruční dynamometr Takei 5401.

Přístroj bohužel není opatřen žádným ovládacím SW, který by umožnil zaznamenat časovou závislost detekovaných dat. Při vyvinutí svalové kontrakce se na displeji ukazují pouze maximální vyvinutá síla. Protože bylo žádoucí monitorovat intenzitu volní kontrakce v průběhu celé doby indentační zkoušky, musel být údaj na displeji přístroje během zátěžového cyklu neustále examínátorem ručně aktualizován opakovaným mačkáním tlačítka reset.

4.1.4 Metody statistického zpracování dat

Koeficient reliability (rel) pro sledované parametry indentační křivky (F_{max} , W^+ , E_{dis}) byl odhadnut dvojím způsobem. Jednak byla zvolena metoda test-retest (rel_{TR}), jednak metoda vnitřní konzistence (rel_{VK}). V prvním případě byl koeficient reliability stanoven jako Pearsonův korelační koeficient (4.5) výsledků dvou opakování stejného indentačního vyšetření (stejný indentor, stejná rychlost a hloubka indentace).

$$rel_{TR} \equiv r \quad (4.5)$$

Příslušné intervaly spolehlivosti pro rel_{TR} pak byly konstruovány následovně (Anděl, 2007):

$$(\alpha_D, \beta_H) = \left(\frac{D-1}{D+1}, \frac{H-1}{H+1} \right), \quad (4.6)$$

kde

$$D = \exp \left\{ 2Z - \frac{2u \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right)}{\sqrt{N-3}} \right\}, \quad H = \exp \left\{ 2Z + \frac{2u \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right)}{\sqrt{N-3}} \right\} \quad \text{a} \quad Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}. \quad (4.7)$$

V rovnicích (4.7) představuje N velikost statistického souboru a $u \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right)$ kvantil normálního rozdělení $N(0,1)$ pro hladinu statistické významnosti α .

Druhý způsob odhadu koeficientu reliability byl vystaven na základě následující úvahy. Pokud vyšetření myotonometrem bude realizováno k -krát, pokaždé však s jiným indentorem, případně s různými parametry indentace (rychlost a hloubka zanoření), lze na něj nahlížet jako na test s celkem k položkami. Výsledky vyšetření lze mezi sebou srovnávat a určit tak jejich vzájemnou korelaci. Pro k způsobů testování je teoreticky možné získat celkem $\binom{k}{2}$ kombinací korelačních koeficientů. Koeficient rel_{VK} lze pak odhadnout jako standardizované Cronbachovo alfa (α_C) podle rovnice

$$rel_{VK} \equiv \alpha_C = \frac{k\bar{r}}{1 + (k-1)\bar{r}} \stackrel{k=2}{=} \frac{2r}{1+r} = rel_{SH}, \quad (4.8)$$

kde \bar{r} je aritmetický průměr zjištěných Pearsonových korelačních koeficientů. Pro případ $k = 2$ existuje právě jeden korelační koeficient a \bar{r} přejde v r . Pak se jedná o tzv. split-half metodu stanovení koeficientu reliability (rel_{SH}) a výraz (4.8) nabyde tvaru Spearman-Brownova vzorce. K intervalovým odhadům koeficientu rel_{VK} potažmo rel_{SH} byla využita metoda maximální věrohodnosti (English, 2007) následujícím způsobem. Nejprve byl s využitím vztahů (4.6) a (4.7) určen interval spolehlivosti (α_D , β_H) pro \bar{r} . Z něj byla vypočtena levostranná $\sigma_D(\bar{r})$ a pravostranná $\sigma_H(\bar{r})$ chyba odhadu \bar{r} (4.9).

$$\sigma_D(\bar{r}) = \bar{r} - \alpha_D, \quad \sigma_H(\bar{r}) = \beta_H - \bar{r} \quad (4.9)$$

Jelikož koeficienty rel_{VK} a rel_{SH} jsou funkce jedné proměnné \bar{r} , lze v souladu s výše uvedeným principem stanovit chyby odhadu $\sigma_D(rel_{VK})$ a $\sigma_H(rel_{VK})$, potažmo $\sigma_D(rel_{SH})$ a $\sigma_H(rel_{SH})$ pomocí (4.10).

$$\sigma_i(rel_j) = \left| \frac{d rel_j}{d \bar{r}} \right| \sigma_i(\bar{r}) \quad i \in \{D, H\}, j \in \{VK, SH\} \quad (4.10)$$

Dosazením derivovaného vztahu (4.8) do rovnice (4.10) lze obdržet

$$\sigma_i(rel_j) = \frac{k}{[1 + (k-1)\bar{r}]^2} \sigma_i(\bar{r}) \quad i \in \{D, H\}, j \in \{VK, SH\}. \quad (4.11)$$

Z rovnice 4.11 lze pak analogicky s předpisem (4.9) dopočítat potřebné konfidenční intervaly.

Koeficient validity byl stanoven jako absolutní hodnota průměru Spearmanova korelačního koeficientu (4.12) mezi relativní intenzitou volní svalové kontrakce a sledovaným deskriptorem indentační křivky (F_{max} , W^+ , E_{dis}).

$$val \equiv |\bar{r}_s| \quad (4.12)$$

Průměr je vypočítán ze sady korelačních koeficientů získaných po jednom od každého probanda výzkumného souboru VS₂ (N₂=20). Neparametrická alternativa korelačního koeficientu byla zvolena s ohledem na očekávanou nelineární závislost mezi sledovanými veličinami. Příslušné intervaly spolehlivosti byly zkonstruovány známým postupem (Anděl, 2007)

$$\left(|\bar{r}_s| - t_{1-\alpha/2, N-1} \frac{S}{\sqrt{N}}; |\bar{r}_s| + t_{1-\alpha/2, N-1} \frac{S}{\sqrt{N}} \right), \quad (4.13)$$

kde $t_{1-\alpha/2, N-1}$ je kvantil Studentova t -rozdělení pro hladinu statistické významnosti α a pro $N - 1$ stupňů volnosti.

Samotný koeficient validity není dostačujícím indikátorem pro posouzení validity indentační metody. K tomu je nutné taktéž prokázat, že veličiny popisující indentační křivku (F_{max} a W^+ , viz kap. 4.1.3.2) jsou na svalovém tonu závislé a že tato závislost má pozitivní trend (je rostoucí). Tedy, že rostoucí svalové napětí vyvolá rostoucí odezvu právě těchto deskriptorů (F_{max} a W^+). Trendovost E_{dis} je taktéž podstatná, nemusí být však nutně pozitivní. Protože v rámci experimentu byl svalový tonus indikován intenzitou volní svalové kontrakce ve čtyřech diskrétních stavech (0%, 20%, 35% a 50% maximálního svalového úsilí), bylo možné celý problém převést na posouzení signifikantního rozdílu středních hodnot sledovaných deskriptorů křivky mezi těmito stavy. Vzhledem k designu studie (jedná se o závislé soubory dat s $N_2 = 20$) byla použita v prvním kroku Friedmanova ANOVA. Jako navazujících test pro posouzení rozdílů mezi dvěma skupinami byl vybrán Wilcoxonův párový test. Výsledky provedených testů jsou v textu uváděny v hodnotách tzv. p -value. Stejný postup byl zvolen pro posouzení vlivu indentační rychlosti na tvar (průběh) hysterezní křivky (bioreogramu).

Pro znázornění trendových závislostí byly využity box-plot grafy (medián, mezikvartilové rozpětí, minimum, maximum). Výsledky byly zpracovány s využitím SW Statistica a Excel.

4.2 Výsledky empirické části

4.2.1 Reliabilita

Základním verifikačním experimentem bylo posouzení reliability indentační metody. Šetření bylo realizováno na dvou výběrových souborech (kap. 4.1.1). K odhadu koeficientu reliability byla využita metoda test-retest a dále dvě metody vnitřní konzistence, viz kap. 4.1.4.

V rámci metody test-retest byla použita data získaná ze dvou opakování indentačního procesu při stejných vstupních parametrech. Za tímto účelem byl pro skupinu VS₁ vybrán indentor o poloměru 12 mm. Indentace proběhla do hloubky 10 mm s rychlostí 4 mm/s. U druhé skupiny probandů VS₂ byl zvolen indentor s poloměrem 10.5 mm. Rychlost indentace byla 3 mm/s a byla provedena do hloubky 15 mm.

Pro metodu split-half byla v rámci VS₁ použita data získaná pro indentory o poloměrech 2 a 12 mm. Pro skupinu VS₂ měly indentory poloměr 9 a 10.5 mm. Ostatní parametry indentačního procesu byly v obou případech shodné s metodou test-retest.

Vzhledem k designu experimentu realizovaném na skupině probandů VS₂, bylo možné napočítat koeficient reliability i metodou standardizovaného Crombachova alfa, tedy dle vzorce (4.8). Za tímto účelem byla opět využita související data pro indentory o poloměrech 9 a 10.5 mm, ovšem při šesti různých situacích ($k = 6$). Jednak byly vybrány dvě rychlosti indentační zkoušky (3 a 6 mm/s), jednak byly příslušné korelační koeficienty napočítány pro 0%, 20% a 35% intenzitu maximálního svalového úsilí izometrické volní kontrakce (viz kap. 4.1.2).

Výsledky jsou shrnuty v tab 1. Koeficienty reliability byly napočítány pro tři deskriptory (F_{max} , W^+ , E_{dis}) charakterizující průběh indentační křivky, viz kap. 4.1.3.2. Všechny jsou snadno zjistitelné z pracovního diagramu (viz obr. 24) indentační zkoušky. Tím je eliminován vliv následných modelových zjednodušení.

Tab. 1: Odhady koeficientů reliability (*rel*)

$N_1 = 30$	Test - retest		Vnitřní konzistence			
Veličina	rel_{TR}	CI rel_{TR}	rel_{SH}	CI rel_{SH}	rel_{VK}	CI rel_{VK}
F_{max}	0.73	(0.50, 0.86)	0.84	(0.70, 0.92)	-	-
W^+	0.75	(0.53, 0.87)	0.86	(0.73, 0.93)	-	-
E_{dis}	0.76	(0.55, 0.88)	0.86	(0.74, 0.94)	-	-
$N_2 = 20$	Test - retest		Vnitřní konzistence			
Veličina	rel_{TR}	CI rel_{TR}	rel_{SH}	CI rel_{SH}	$rel_{VK(k=6)}$	CI rel_{VK}
F_{max}	0.87	(0.70, 0.95)	0.80	(0.59, 0.92)	0.93	(0.88, 0.96)
W^+	0.88	(0.72, 0.95)	0.81	(0.60, 0.92)	0.93	(0.88, 0.96)
E_{dis}	0.89	(0.74, 0.96)	0.81	(0.60, 0.92)	0.92	(0.87, 0.95)

Legenda:

- CI – interval spolehlivosti ($\alpha = 0.05$),
- TR – metoda test-retest,
- SH – metoda vnitřní konzistence ($k = 2$, split-half),
- VK – metoda vnitřní konzistence ($k = 6$),
- k – počet položek testu (počet vyšetření s různými parametry indentace),
- F_{max} – Síla (N) vyvolaná odporem tkáně při maximální hloubce zanoření d_{max} ,
- W^+ – Práce (J) vykonaná myotonometrem během zatěžovací fáze testu,
- E_{dis} – Energie (J) disipovaná při indentačním procesu.

Z tab. 1 vyplývá následující poznatek. V rámci šetření realizovaném na prvním výzkumného souboru (VS_1 , $N_1 = 30$) se odhad koeficientu reliability sledovaných deskriptorů (veličin) pohybuje v závislosti na metodickém přístupu mezi 0.50 až 0.94. U druhého šetření (VS_2 , $N_1 = 20$) lze, s využitím principu vyloučení třetího, očekávat hodnoty koeficientu reliability mezi 0.70 a 0.96. Při vzájemném srovnání obou odhadů je zřetelně patrný rozdíl v jejich dolních mezích, který činí 0.20. Toto zjištění má zásadní vliv na objektivitu celé metody, viz kap. 5.

4.2.2 Validita

Validační experimenty byly rozděleny do dvou fází. V prvním kroku byly podle kap 4.1.4 odhadnuty koeficienty validity (*val*) a to pro stejné deskriptory indentační křivky, jako v předchozí kapitole (F_{max} , W^+ , E_{dis}). K výpočtům byla použita data získaná na výzkumné skupině VS_2 ($N_2=20$). Odhady byly nalezeny pro kombinace dvou poloměrů indentorů (9 a 10.5 mm) a dvou indentačních rychlostí (3 a 6 mm/s). Hloubka

indentace byla 15 mm a byla pro všechny kombinace stejná. Výsledky jsou shrnuty v tab. 2.

Tab. 2: Odhady koeficientů validity (*val*).

$N_2 = 20$	Parametry indentace		Koeficient validity (<i>val</i>)			
Veličina	v (mm/s)	r (mm)	průměr	SD	CI ($\alpha = 0.05$)	CI ($\alpha = 0.01$)
F_{max}	3	9	0.97	0.07	(0.93, 1.00)	(0.92, 1.00)
		10.5	0.97	0.07	(0.93, 1.00)	(0.92, 1.00)
	6	9	0.96	0.08	(0.92, 1.00)	(0.90, 1.00)
		10.5	0.94	0.09	(0.90, 0.98)	(0.88, 1.00)
W^+	3	9	0.88	0.11	(0.83, 0.93)	(0.80, 0.95)
		10.5	0.94	0.09	(0.90, 0.98)	(0.88, 1.00)
	6	9	0.91	0.09	(0.87, 0.95)	(0.85, 0.97)
		10.5	0.89	0.13	(0.83, 0.95)	(0.81, 0.97)
E_{dis}	3	9	0.82	0.25	(0.70, 0.93)	(0.65, 0.97)
		10.5	0.92	0.11	(0.87, 0.96)	(0.85, 0.98)
	6	9	0.84	0.2	(0.75, 0.93)	(0.71, 0.97)
		10.5	0.86	0.17	(0.78, 0.93)	(0.75, 0.97)

Legenda: CI – interval spolehlivosti,
SD – směrodatná odchylka,
 v – rychlost indentace,
 r – poloměr kontaktní plochy indentoru,
 F_{max} – síla (N) vyvolaná odporem tkáně při maximální hloubce zanoření d_{max} ,
 W^+ – práce (J) vykonaná myotonometrem během zatěžovací fáze testu,
 E_{dis} – energie (J) disipovaná při indentačním procesu.

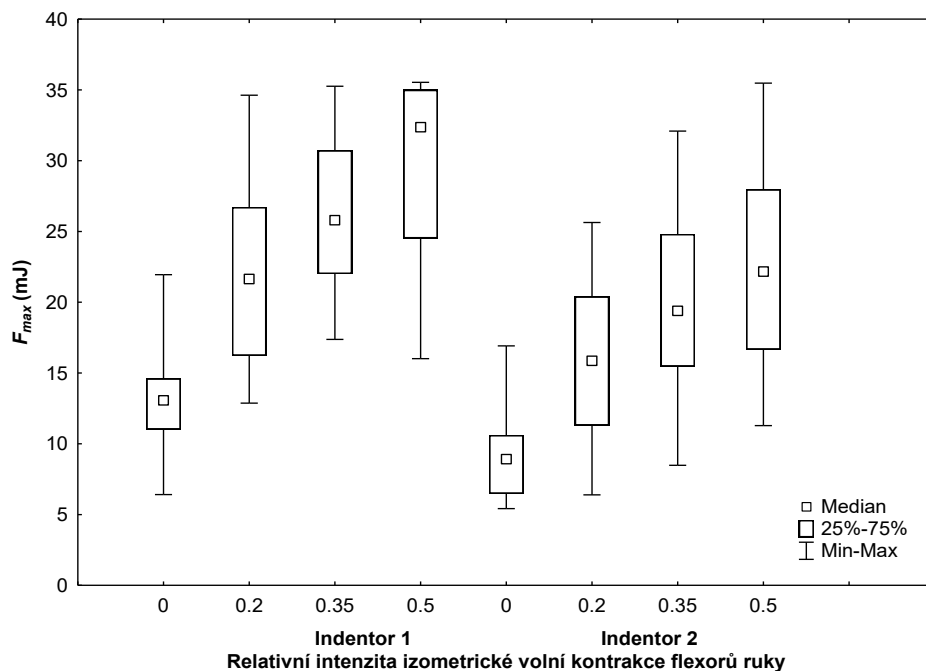
Z tab. 2 je patrné, že dolní hranice ($\alpha = 0.01$) koeficientu validity se pro určení F_{max} pohybuje kolem 0.90, pro W^+ neklesne pod 0.80 a pro E_{dis} fluktuuje kolem 0.70. Horní limit všech odhadů je cca 0.97 až 1.

V druhé fázi ověřování validity indentační metody byl podle kap. 4.1.4 posouzen signifikantní rozdíl středních hodnot sledovaných deskriptorů křivky v rámci čtyř stavů volní svalové kontrakce flexorů prstů ruky (0%, 20%, 35% a 50%) maximálního svalového úsilí. Nejprve byla pro každý deskriptor a každou konfiguraci indentace (viz tab. 2, sloupce nazvané Veličina a Parametry) provedena Friedmanova ANOVA. Pro každou ze všech sledovaných kombinací ($C_I = 12$) deskriptorů křivky, rychlostí pohybu a poloměrů indentorů byl prokázán signifikantní rozdíl mezi jednotlivými stavy volní svalové kontrakce minimálně na hladině statistické významnosti $\alpha = 0.001$ ($p < 0.001$)

Jako navazující test pro posouzení rozdílů mezi konkrétními dvěma stavy svalové kontrakce byl použit Wilcoxonův párový test. Výsledky všech testů pro sledované

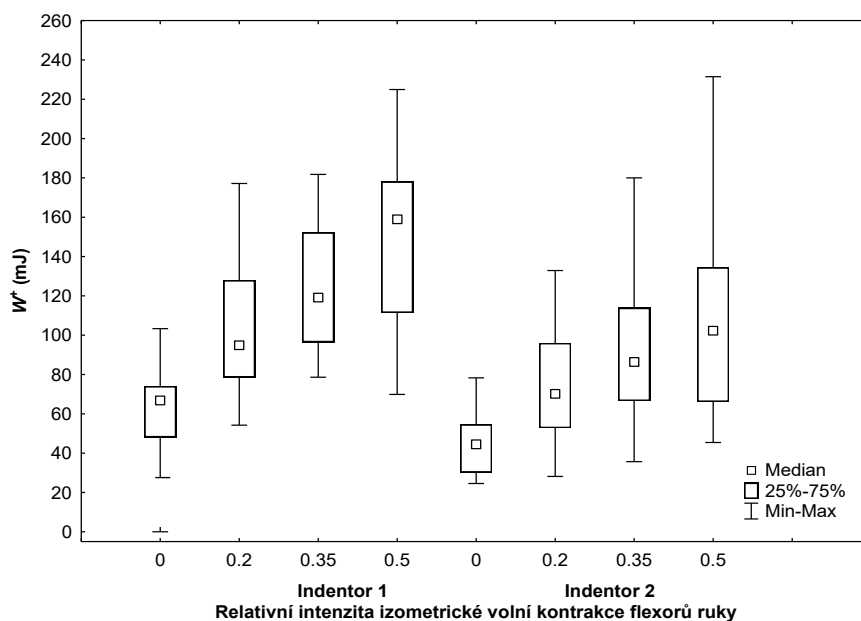
kombinace ($C_2 = 72$, kde $C_2 = C_1 \times 6$ – párových kombinací ze čtyř stavů intenzity svalové kontrakce) lze shrnout následovně. Ve všech případech byl prokázán signifikantní rozdíl mezi dvěma stavy volní svalové kontrakce, a to většinou na hladině statistické významnosti $\alpha = 0.001$ ($p < 0.001$). Výjimku tvoří deskriptor E_{dis} . U něj byl ve dvou případech (u indentoru s poloměrem 10.5 mm a při rychlostech 3 a 6 mm/s) mezi intenzitami 0.3 a 0.5 svalové kontrakce prokázán signifikantní rozdíl pouze na hladině statistické významnosti $\alpha = 0.005$ ($p < 0.005$). V dalších dvou případech (u indentoru s poloměrem 9 mm a při rychlostech 3 a 6 mm/s) mezi intenzitami 0.3 a 0.5 svalové kontrakce byl prokázán signifikantní rozdíl pouze na hladině statistické významnosti $\alpha = 0.01$ ($p < 0.01$).

Očekávaný růstový trend závislosti veličin F_{max} , W^+ a E_{dis} na intenzitě volní svalové kontrakce je dobře patrný na obr. 27 až 29. Výsledky jsou v nich znázorněny pro rychlost indentace 3 mm/s. Pro rychlost 6 mm/s je trend stejný, což je mimo jiné v kontextu výsledků uvedených v kap. 4.2.3 pochopitelné.



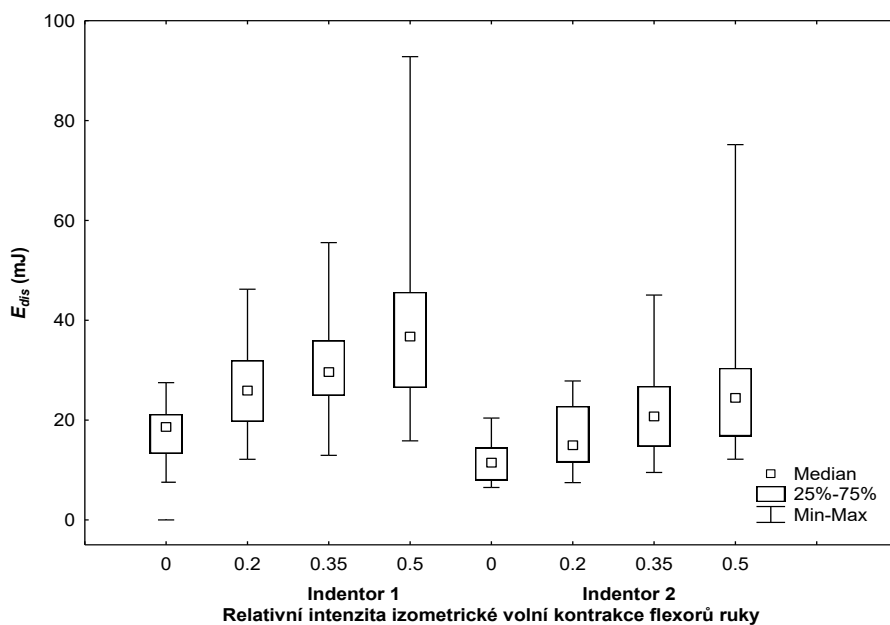
Obr 27: Box – plot grafy pro F_{max} v závislosti na relativní intenzitě volní svalové kontrakce. (Pramen: vlastní.)

Legenda: F_{max} – síla (N) vyvolaná odporem tkáně při maximální hloubce zanoření d_{max} ,
 indentor 1 – indentor s poloměrem 10.5 mm,
 indentor 2 – indentor s poloměrem 9 mm.



Obr 28: Box – plot grafy pro W^+ v závislosti na relativní intenzitě volní svalové kontrakce. (Pramen: vlastní.)

Legenda: W^+ – práce (J) vykonaná myotonometrem během zatěžovací fáze testu,
 indentor 1 – indentor s poloměrem 10.5 mm,
 indentor 2 – indentor s poloměrem 9 mm.



Obr 29: Box – plot grafy pro E_{dis} v závislosti na relativní intenzitě volní svalové kontrakce. (Pramen: vlastní.)

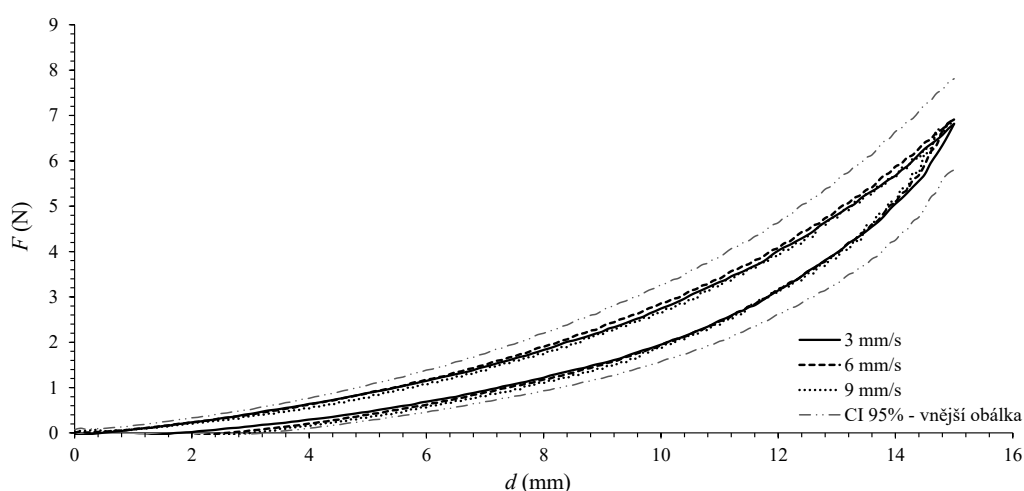
Legenda: E_{dis} – energie (J) disipovaná při indentačním procesu,
 indentor 1 – indentor s poloměrem 10.5 mm,
 indentor 2 – indentor s poloměrem 9 mm.

Na obr. 27 až 29 je taktéž velmi dobře patrná vysoká interindividuální variabilita průběhu indentačních bioreogramů. Z ní pak plyne vysoká variabilita míry svalového tonu v populaci.

4.2.3 Vliv indentační rychlosti na tvar bioreogramu

Ke stanovení vlivu indentační rychlosti na průběh bioreogramu byly opět využity deskriptory hysterezní křivky (F_{max} , W^+ , E_{dis}) a data získaná na výzkumné skupině VS₂ ($N_2=20$). Hloubka indentace byla 15 mm a poloměr indentoru činil 9 mm. Porovnávané indentační rychlosti byly 3, 6 a 9 mm/s.

S využitím Friedmanovy ANOVY nebyl prokázán signifikantní rozdíl ve tvarech bioreogramů v závislosti na rychlosti indentace. Konkrétně pro F_{max} je hodnota $p = 0.24$, pro W^+ pak $p = 0.19$ a konečně pro E_{dis} je $p = 0.20$. Grafická ukázka vlivu indentační rychlosti na tvar bioreogramu u jednoho probanda je uvedena na obr. 30.



Obr. 30: Ukázka vlivu indentační rychlosti na tvar bioreogramu indentační zkoušky (flexory prstů ruky na ventrální straně předloktí).
(Pramen: vlastní.)

Legenda:

Křivky představují průměrné bioreogramy. Konfidenční intervaly (CI) byly zkonstruovány pro $N = 3$. CI pro všechny tři rychlosti vypadají velmi podobně, proto do grafu byla kvůli přehledosti vynesena jejich vnější obálka.

Na základě zjištěných poznatků se zdá, že v rámci zkoumaného rozsahu 3 – 9 mm/s není nutné vliv rychlosti na tvar bioreogramu uvažovat. Přesto je vhodné v rámci jedné

studie držet indentační rychlost konstantní. Důvodem je fakt, že šetření proběhlo se zdravými jedinci bez znalosti předchozí zátěžové historie. Při patologických stavech může být rychlost indentace faktorem, který výsledný tvar hysterezní křivky ovlivňuje. Taktéž je třeba zohlednit velikost hodnot p-value, které nejsou nijak extrémně vzdálené od běžně užívané kritické hladiny 0.05.

5 Diskuse

5.1 Matematický model a jeho aplikace

Teoretický rozbor indentační metody uvedený v kap. 3 je založen na analýze deformace nelineárně elastického tělesa. Stanovení viskozity materiálu pak vychází z předpokladu, že tenzor napětí (3.6) viskoelastického materiálu lze rozložit na část čistě elastickou \mathbf{t}_{el} , která závisí jen na tenzoru deformace (3.12), a část disipativní \mathbf{t}_{dis} , která závisí na tenzoru rychlosti deformace (3.13). Blíže je tento postup popsán v kapitole 3.3.6. Otázkou je, jak z bioreogramu indentační křivky elastickou a disipativní složku napětí vytěžit. V první řadě se nabízí čistě experimentální přístup, kdy je deformační zkouška provedena za kvazistatických podmínek. Tedy za velmi malé indentační rychlosti, ideálně s přerušovaným pohybem indentoru. Ze získaného průběhu zátěžové křivky lze elastické napětí pro různé hodnoty relativní deformace přímo odečíst z grafu. K disipativní složce napětí se pak lze dostat rozdílem zatěžovací fáze klasického bioreogramu a jeho kvazistatické analogie. Bohužel dostupný myotonometr v současné chvíli takový zátěžový test neumožňuje zrealizovat.

Druhý, teoretický přístup k tomuto problému vychází z následující úvahy. Je možné předpokládat, že elastická složka napětí ve směru indentace má při zatížení i odlehčení v daném bodě vždy stejné znaménko (vždy přispívá k celkovému napětí $t_{zz}(e_{zz}, d_{zz})$). Pro viskózní složku platí, že v zatěžovací fázi je kladná (přispívá k celkovému napětí) a ve fázi odlehčovací je naopak záporná (snižuje celkové napětí snímané indentorem). Pak platí (5.1).

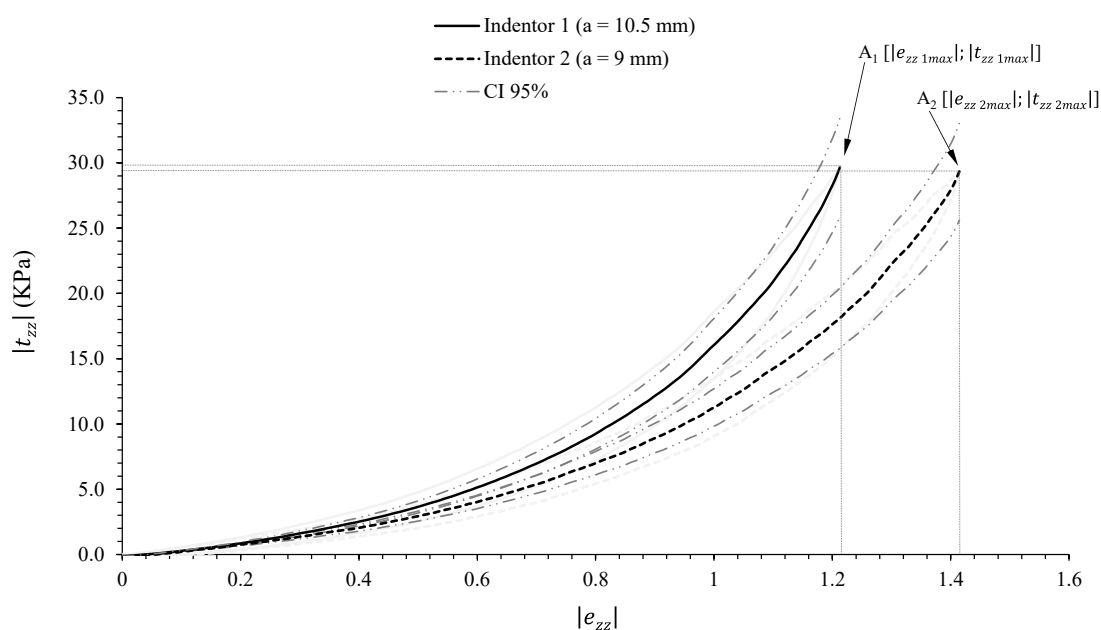
$$\begin{aligned}t_{zz}^+(e_{zz}, d_{zz}) &= t_{zz}^{el}(e_{zz}) + t_{zz}^{dis}(d_{zz}) \\t_{zz}^-(e_{zz}, d_{zz}) &= t_{zz}^{el}(e_{zz}) - t_{zz}^{dis}(d_{zz})\end{aligned}\tag{5.1}$$

Z rovnic (5.1) lze snadnou úpravou vyjádřit vztahy pro elastickou (viz obr. 31) a disipativní složku napětí ve směru z .

$$t_{zz}^{el}(e_{zz}) = \frac{1}{2} \left(t_{zz}^+(e_{zz}, d_{zz}) + t_{zz}^-(e_{zz}, d_{zz}) \right)$$

$$t_{zz}^{\text{dis}}(e_{zz}) = \frac{1}{2} (t_{zz}^+(e_{zz}, d_{zz}) - t_{zz}^-(e_{zz}, d_{zz})) \quad (5.2)$$

Je však nutné připustit, že takováto symetrizace zatěžovací a odlehčovací fáze procesu nemusí nutně odpovídat realitě. Není například jasné, zda se 3D geometrie širšího okolí indentované oblasti během procesu zachovává. Taktéž tkáň vystavená zatěžovací fázi mechanické zkoušky nemusí nutně při odlehčování vykazovat stejné mechanické vlastnosti atd.



Obr. 31: Hysterezní křivka bioeogramu – závislost tlakového elastického napětí na relativní deformaci tkáně vyvolané indentorem při zátěžové zkoušce.
(Pramen: vlastní.)

Legenda:

Na obrázku je znázorněn vliv poloměru indentoru na průměrný průběh elastického napětí v závislosti na míře deformace. Konfidenční intervaly (CI) byly zkonstruovány pro $N = 3$. CI kromě statistické chyby vymezují i variabilitu sklonu křivky v daném bodě. Z jejich průběhů je patrné, že výsledky v odhadu elastického modulu jsou srovnatelné přibližně do $e_{zz} = 0.4$, což odpovídá omezení z kap. 3.3.5.

V kontextu výše uvedených úvah je vhodné zamyslet se nad faktory, které tvar indentační křivky ovlivňují. Primárně to jsou parametry samotného indentačního procesu, tedy rozměr a tvar indentoru, dále rychlost a hloubka jeho zanoření. Vliv tvaru indentoru je v této práci irelevantní, protože jediným uvažovaným tvarem je válec. Vliv rychlosti v rozmezích praktického použití myotonometrie může, ale i nemusí být zanedbatelný (viz kap 4.2.3). Druhou skupinou faktorů jsou samotné mechanické vlastnosti zkoumané tkáně.

Ty lze rozdělit na dvě podskupiny. Za první sem patří základní materiálové parametry viskoelastického tělesa (moduly elasticity či koeficienty viskozity). Ty jsou však samotným předmětem zkoumání. Za druhé, jak plyne z teoretického rozboru problematiky (kap. 3), se na tvaru indentační křivky podílí stlačitelnost tkáně ve směru komprese A_z , zakřivení povrchu tkáně v blízkosti kontaktu δ a případně také exponent n v rovnici 3.60. Parametry A_z a δ zásadním způsobem mění tvar tenzoru deformace. Zjednodušení použité v kapitole 3.3.5 pak nutně omezují praktické využití teoretických poznatků během reálných experimentů. Jako příklad lze uvést výsledky indentačních zkoušek s využitím dvou rozměrů indentorů (obr. 31), které jsou díky zvolenému tvaru tenzoru deformace (vztah 3.38) srovnatelné pouze do hodnoty $e_{zz} = 0.4$.

Je zřejmé, že tímto problémem by bylo vhodné se dále zabývat. Jedním z přístupů by mohlo být využití optimalizačních nástrojů. Ty by na základě opakovaných šetření s různými parametry indentace byly schopny odhadnout výše diskutované materiálové parametry. Problémem je však relativně jednoduchý zátěžový test. Výsledný bioreogram se nechá pohodlně aproximovat polynomem 3. řádu s nulovým konstantním členem. Vzhledem k faktu, že počet parametrů ovlivňující tvar hysterezní křivky je vyšší než 3, je tento přístup momentálně irelevantní.

Závěrem kapitoly je třeba zmínit, že teoretické poznatky odvozené v kap. 3 jsou zcela obecné. Lze je tedy využít i při výzkumu jiných materiálů či tkání. Nabízí se např. 3D textilie nebo scaffoldy hojně využívané v tkáňovém inženýrství. Záleží čistě na možnostech vývoje dostatečně citlivé přístrojové aparatury.

5.2 Objektivita

Úvahy o objektivním posouzení mechanických vlastností měkkých tkání pohybového aparátu indentační metodou in vivo, in situ je třeba začít zhodnocením reliability metody. Jak vyplývá z odhadu koeficientu reliability (rel_{TR}) metodou test-retest, mohou být výsledky závislé na zkušenosti examinatora. Z tab. 1 je patrné, že tento vliv může činit posun dolní hranice konfidenčního intervalu rel_{TR} z 0.7 na 0.5. Chráška (2007) uvádí, že korelaci dvou veličin lze považovat za silnou právě až od 0.7. S přihlédnutím k tomuto faktu je pak nutné uznat, že zde se nachází slabé místo této vyšetřovací metody. Na druhou stranu Meloun, Miliký (2002) uvádějí, že test je možné

považovat za konzistentní, pokud Crombachovo $\alpha \geq 0.8$. Porovnáním výsledků v tab. 1 s touto hranicí lze konstatovat, že o konzistenci indentační metody – myotonometrie není třeba pochybovat.

Koeficient validity (*val*) indentační metody lze hodnotit jako uspokojivý. Taktéž prokázané signifikantní rozdíly středních hodnot sledovaných deskriptorů bioreogramu v závislosti na intenzitě volní svalové kontrakce poukazují na vysokou míru validity této metody. V rámci korektního statistického přístupu nutné okomentovat vysoký počet provedených párových Wilcoxonových testů (celkem 72). Z pohledu Bayesovské statistiky takový počet analýz vyhodnocených na hladině statistické významnosti 0.05 musí z části nutně vést k nesprávným interpretacím výsledků. Protože však naprostá většina rozdílů (celkem 68) byla prokázána na hladině statistické významnosti nižší než 0.001 je možné tento efekt hodnotit jako irelevantní.

Z hlediska samotné objektivitě indentační metody lze, s ohledem na empirické zkušenosti a s přihlédnutím k výsledkům provedených šetření, sestavit následující metodologická kritéria.

- a) Za validní lze považovat pouze taková vyšetření, která jsou provedena proškolenou osobou, optimálně se znalostí palpačních diagnostických technik (fyzioterapeut, rehabilitační lékař apod.).
- b) Hloubka indentace by měla být úměrná tloušťce tukové vrstvy nad svalem, kterou je třeba promáčknout. Z tohoto hlediska jsou pro výzkumné studie vhodné bérce DK a HK. Tomu by měl odpovídat i rozměr použitého indentoru.
- c) Rychlost a hloubka indentace by neměly působit vyšetřované osobě nepříjemné nebo dokonce bolestivé vjemy. V tomto smyslu lze bezpečně doporučit rychlosti do 9 mm/s. V rámci jedné studie je vhodné držet indentační rychlost konstantní.

Na základě zjištěných poznatků lze konstatovat, že myotonometrie je validní diagnostickou metodou umožňující objektivní posouzení stavu svalového tonu. Přesto v rámci zvýšení objektivitě by bylo vhodné zhodnotit stlačitelnost tkáňových vrstev měkkých tkání pohybového aparátu. Ze stejného důvodu by bylo třeba experimentálně ověřit zakřivení povrchu tkáně v blízkosti kontaktu s indentorem během testu. Taktéž by bylo vhodné prozkoumat vliv indentační rychlosti na průběh bioreogramu u patologických stavů svalové tkáně.

5.3 Doporučení

Myotonometrie pro svoji relativní jednoduchost má ambice stát se běžně užívanou diagnostickou metodou v medicíně měkkých tkání, jak ve výzkumu, tak v klinické praxi. S ohledem na získané poznatky (kap. 3 a 4) a s přihlédnutím k úvahám v kap. 5.1 a 5.2 je možné vyslovit následující doporučení pro rozvoj této metody.

- a) Doplnit stávající SW myotonometru o pestřejší škálu zátěžových protokolů. Nejépe jej rozšířit o aplikaci umožňující snadné zadávání individuálního průběhu zátěžové zkoušky, optimálně přes jednoduchý textový soubor. V kontextu analýz z kapitoly 5.1 se jedná zejména o možnosti zjišťování relaxačních charakteristik a taktéž nastavení cyklického namáhání.
- b) V rámci zvýšení objektivity metody provést širší průzkumné šetření zaměřené na zjištění vlivu examinátora na výsledek indentační zkoušky.
- c) Ověřit objektivitu použitého matematického modelu na vhodném etalonu. Za tímto účelem by bylo vhodné provést indentační zátěžové zkoušky na vzorcích se známými mechanickými vlastnostmi (např. polyuretanová pěna PU50, PU100) nebo jejich výsledky porovnat s jinou etablovanou metodou.

Taktéž je nutné si uvědomit, že indentace měkkých tkání pohybového aparátu *in vivo*, *in situ* bude mít stále svá omezení. Zejména se jedná o problematiku rozlišitelnosti jednotlivých indentovaných vrstev. V tuto chvíli je diskutabilní, zda při rozšíření zátěžových protokolů myotonometru a jejich případné propojení s některou ze zobrazovacích technik (např. ultrazvuk) půjde tento problém vyřešit.

5.4 Možnosti využití myotonometrie

Metoda myotonometrie, tak jak byla v předchozích kapitolách představena, má celou řadu aplikací. Jednou z nich může být výzkum účinnosti rehabilitačních metod na stav svalové tkáně. Druhou oblastí, kde myotonometrie může nalézt své uplatnění, je tělovýchovné lékařství. Zde se nabízí např. posouzení svalových disbalancí nebo normativního stavu svalového tonu vzhledem k přetrénování nebo stavu po extrémní

zátěži. S tím úzce souvisí i možnost kontroly tréninkového nebo regeneračního procesu. To jsou témata z oblasti fyziologie tělesné zátěže i kinatropologie.

Jednou z běžně využívaných tréninkových metod je tzv. plyometrie. Jedná se o metodu, jejímž cílem je zlepšit vztah mezi maximální a výbušnou silou (Baechle, Earle, 2008). Úkolem plyometrie je zlepšení nervosvalové aktivity a rozvoj rychlých svalových vláken, která hrají největší roli ve vyvolání výbušné síly (Brown, Ferrigno, 2005). Plyometrický trénink má ve smyslu rychlosti větší přímý vliv na rozvoj účinnosti nervosvalového systému, než na sval samotný (Radcliffe, Farentions, 1999). Lepším rozvojem nervosvalové účinnosti se však může aktivizovat větší množství svalových vláken, čehož důsledkem může být i nárůst svalové hmoty. Tento bezesporný přínos pro veliký okruh sportovních odvětví může být vykoupen neblahým vlivem na pohybovou soustavu a to včetně měkkých tkání (Bompa, Haff, 2009; Tlapák, 2004). Není totiž zcela jasné, jaká intenzita tréninkového zatížení a doba regenerace je optimální vzhledem k trénovanosti, věku a pohlaví daného jedince. Zde se myotonometrie nabízí jako metoda kontroly změn ve svalovém napětí a to před i po tréninkovém procesu včetně regenerace. Stejně možnosti využití se nabízejí i v ergonomii práce při sledování lokální svalové zátěže apod.

6 Závěr

Předložená disertační práce si kladla za cíl analyzovat možnosti využití indentačních zátěžových zkoušek ke studiu mechanických vlastností měkkých tkání pohybového aparátu člověka *in vivo, in situ*. V návaznosti na dílčí úkoly byl vytvořen matematický model indentačního testu. Geometrie úlohy byla formulována pro pevný váleček pronikající do nekonečného poloprostoru z viskoelastického materiálu. Řešení bylo založeno na klasickém analytickém přístupu k problému stacionárního zatížení pružného materiálu. Tento postup byl zobecněn pro hyperelastický materiál Neo-Hookeův a velké deformace. Kvantifikace disipativních procesů vychází z předpokladu, že tenzor napětí viskoelastického materiálu lze rozložit na část čistě elastickou a část čistě disipativní. Model umožňuje stanovit jak elastické, tak viskozí vlastnosti materiálu.

Experimentální část práce byla věnována validačním experimentům. Byly odhadnuty koeficienty reliability a validity indentační metody. Na základě zjištěných poznatků lze konstatovat, že myotonometrie je validní diagnostickou metodou umožňující objektivní posouzení stavu svalového tonu. Podmínkou objektivnosti je však předpoklad, že šetření jsou realizována vyškolenou osobou s praktickou zkušeností v oblasti fyzioterapie.

Na základě teoreticko-empirických úvah by bylo v rámci navazujícího výzkumu vhodné zhodnotit vliv stlačitelnosti tkáňových vrstev pod indentorem na tvar tenzoru deformace a dále experimentálně ověřit zakřivení povrchu tkáně v blízkosti kontaktu s indentorem. Taktéž by bylo vhodné prozkoumat vliv indentační rychlosti na průběh bioreogramu u patologických stavů svalové tkáně. Z těchto důvodů lze konstatovat, že popsání metoda indentačních zátěžových zkoušek je v současné době vhodná spíše pro výzkumné účely, než pro přímé nasazení v klinické praxi. S ohledem na výše uvedená tvrzení lze konstatovat, že cíl práce byl splněn.

7 Seznam použité literatury

1. ANATOMY ESHS, 2014. *Muscular System* [online]. [vid. 6. 5. 2014]. Dostupné z: <https://anatomyeshs.wikispaces.com/Ch.8+Muscular+System>.
2. ANDĚL, J., 2007, *Statistické metody*. Praha: Matfyzpress. ISBN 80-7378-003-8.
3. AMBLER, Z., 2006. *Základy neurologie*. 6. vyd. Praha: Galén. ISBN 80-7262-433-4.
4. AROKOSKI, J. P. et al., 2005. Feasibility of the use of novel soft tissue stiffness meter. *Physiological Measurement*. 26, 215-228. doi:10.1088/0967-3334/26/3/007.
5. BARBIROLI, B., FUNICELLO, R., FERLINI, A., MONTAGNA, P., ZANIOL, P. Muscle energy metabolism in female DMD/BMD carriers: a ³¹P-MR spectroscopy study. *Muscle & Nerve*, 1992, vol. 15, s. 344-8. ISSN 1097-4598.
6. BEACHLE, T. R., EARLE, R. W., 2008. *Essential of Strenght Training and Conditioning*. USA: Human Kinetic. ISBN 978-0-7360-5803.
7. BOMPA, T. O., HAFF, G. G., 2009. *Periodization – Theory and Methodology of Training*. USA: Human Kinetics. ISBN: 978-0-7360-7483-4.
8. BRENNAN, J. B. Response to stretch of hypertonic muscle groups in hemiplegia. *British Medical Journal* [online]. 1959, 1(5136), 1504-1507 [cit. 12.2.2018]. Dostupné z: doi:10.1136/bmj.1.5136.1504
9. BRDIČKA, M., SAMEK, L., SOPKO, B., 2000. *Mechanika kontinua*. 2. vydání. Praha: Academia, 2000. ISBN 80-200-0772-5.
10. BROWN, L. E., FERRINGO, V. A., 2005. *Training for Speed, Agility and Quickness*. USA: Human Kinetics. ISBN 978-0-7-7360-5873-5.
11. CLEMMENSEN, S., 1951. Some Studies on Muscle Tone. *Proceedings of the Royal Society of Medicine*. 44(8), 637-646. doi:10.1177/003591575104400801.
12. ČIHÁK, R., 2001, *Anatomie I*. Praha: Grada. ISBN 80-7169-970-5.
13. DANIEL, M., MAREŠ, T., 2008. *Experimentální biomechanika*. Praha: ČVUT. ISBN 978-80-01-03982-3.
14. ĎOUBAL, S. et al., 2011. *Mechanické chování viskoelastických těles*. Praha: Karolinum. ISBN 978-80-246-2035-0.

15. DRESNER, M. A. et al., 2001. Magnetic Resonance Elastography of Skeletal Muscle. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*. 13(2), 269-276. doi:10.1002/1522-2586(200102)13:2<269::AID-JMRI1039>3.0.CO;2-1.
16. DYLEVSKÝ, I., 2007. *Základy funkční anatomie člověka*. Praha: MANUS. ISBN 978-80-86571-00-3.
17. DYLEVSKÝ, I., 2009. *Kineziologie (Základy strukturální kineziologie)*. Praha: Triton. ISBN 978-80-7387-324-0.
18. DYLEVSKÝ, I., 2012. *Dětský pohybový systém*. Olomouc: Poznání. ISBN 978-80-87419-18-2.
19. ENGLICH, J., 2007. *Úvod do praktické fyziky I*. Praha: Matfyzpress. ISBN 80-86732-93-2.
20. ERST, E. 2004. Musculoskeletal conditions and complementary/alternative medicine. Best Practice & Research: *Clinical Rheumatology*, vol. 18, no. 4, s. 539-556. ISSN 1521-6942.
21. FENN, O. W. a GARVEY, P. H., 1934. The Measurement of the Elasticity and Viscosity of Skeletal Muscle in Normal and Pathological Cases; a Study so-called "Muscle Tonus". *The Journal of Clinical Investigation*. 13(3), 383-397. doi:10.1172/JCI100592.
22. FRANKE, O., GÖKEN, M., MEYERS, M. A., DURST, K., HODGE, A. M. H., 2011. Dynamic nanoindentation of articular porcine cartilage. *Materials Science and Engineering*. Vol. 31 (4). ISSN: 0928-4931.
23. FUKASHIRO, S., NODA, M. a SHIBAYAMA, A., 2001. In vivo determination of muscle viscoelasticity in the human leg. *Acta Physiologica Scandinavica*. 172, 241-248. doi:10.1046/j.1365-201x.2001.00866.x.
24. GANONG, W. F., 1995. *Přehled lékařské fyziologie*. 1. vydání. H&H. ISBN 80-85787-36-9.
25. GRASGRUBER, P., CACEK, J., 2008. *Sportovní geny*. Brno: Computer press, a. s. ISBN 978-80-251-1873-3.
26. GRIM, M., 2014. *Obečná anatomie kosterního svalu* [online]. [vid. 23. 5. 2014]. Dostupné z: <http://anat.lf1.cuni.cz/souhrny/lekzs0401b.pdf>.

27. GROSS, J. M., FETTO, J., ROSEN, E., 2005. *Vyšetření pohybového aparátu*. Překlad druhého anglického vydání. Praha: Triton. ISBN 80-7254-720-8.
28. HALADOVÁ, E. a NECHVÁTALOVÁ, L., 2003. *Vyšetřovací metody hybného systému*. Brno: Národní centrum ošetrovatelství a nelékařských zdravotnických oborů. ISBN 80-7013-393-7.
29. HAVLÍČKOVÁ, L. et al., 1997, *Fyziologie tělesné zátěže I. Obecná část*. Praha: Karolinum. ISBN 80-7184-354-7.
30. HAVRÁNEK, A., 2007. *Úvod do bioreologie*. Praha: Karolinum. ISBN 978-80-246-1445-8.
31. HAVRÁNEK, A., 2008. Biomechanika člověka pohledem fyzika-mechanika. *Československý časopis pro fyziku*. vol. 61, no. 3-4.
32. HENDL, Jan, 2004. *Přehled statistických metod zpracování dat: analýza a metaanalýza dat*. Praha: Portál. ISBN 80-717-8820-1.
33. HOLZAPFEL, Gerhard A., 2000. *Nonlinear Solid Mechanics: A Continuum Approach for Engineering*. New York: John Wiley. ISBN 978-0-471-82319-3.
34. HOYT, K. et al., 2008. Quantitative sonoelastography for the in vivo assessment of skeletal muscle viscoelasticity. *Physics in Medicine & Biology*. 53(15), 4063-4080. doi:10.1088/0031-9155/53/15/004.
35. HUMPHREY J. D., 2002. *Cardiovascular Solid Mechanics: Cells, Tissues, and Organs*. Springer-Verlag, NY. ISBN 978-0-387-21576-1.
36. HUO P. L., LI, P. C., LI, M. L., 2001. Elastic properties of tendon measured by two different approaches. *Ultrasound in Medicine & Biology*, vol. 27, s. 1275-1284. ISSN 0301-5629.
37. CHAJDIAK J., RUBLÍKOVÁ E., GUDÁBA, M., 1997. *Štatistické metódy v praxi*. Bratislava: Statis. ISBN 8085659085.
38. CHEN, T., 2000, *Determining a Prony Series for a Viscoelastic Material From Time Strain Data* [online]. [vid. 12. 11. 2013]. Dostupné z: <http://blog2.d3view.com/wp-content/uploads/2007/10/determining-a-prony-series.pdf>.
39. CHRÁSKA, M. 2007. *Metody pedagogického výzkumu*. Praha: Grada Publishing a.s. 2007. 272 s. ISBN 978-80-247-1369-4.

40. JACOBSON, E., 1943. Innervation and "Tonus" of Striated Muscle in Man. *The Journal of Nervous and Mental Disease* [online]. 1943, 97(2), 197-203 [cit. 18. 01. 2020]. Dostupné z: https://journals.lww.com/jonmd/Citation/1943/02000/Innervation_and__Tonus__of_Striated_Muscle_in_Man.7.aspx.
41. JAROCKA. E., MARUSIAK, J., KUMOREK, M., JASKÓLSKA, A. and JASKOLSKI, A., 2012. Muscle stiffness at different force levels measured with two myotonometric devices, *Physiol. Meas.* vol. 33, no 1. doi:10.1088/0967-3334/33/1/65.
42. JÖRG, W. et al., 2000. Management of spasticity associated pain with botulinum A toxin. *Journal of Pain and Symposium Management*, vol. 20, no. 1, s. 223-256. ISSN 1873-6513.
43. KANDEL, E. R., SCHWARZ, J. H., JESSELL, T. K., 2000. *Principals of neural science*. 4th edition. New York: McGraw – Hill, 2000. ISBN 978-0838577011.
44. KAŇOVSKÝ, P., BAREŠ M., DUFEK, J., 2004. *Spasticita: mechanizmy, diagnostika a léčba*. 1. vydání. Brno: Maxdorf Jessenius. ISBN 80-7345-042-9.
45. KATO, G., ANDREW P., SATO, H., 2004. Reliability and validity of a device to measure muscle hardness. *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*. 4(2): 213-225.
46. KITTNAR, O., 2011. *Lékařská fyziologie*. Praha: Grada. ISBN 978-80-247-3068-4.
47. KLIKA, E., 1987. *Atlas cytologie, histologie a mikroskopické anatomie*. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství.
48. KOLÁŘ, P. et al., 2009. *Rehabilitace v klinické praxi*. 1. vydání. Praha: Galén. ISBN 978-80-7262-657-1.
49. KONVIČKOVÁ, S., VALENTA, J., 2006. *Biomechanika člověka - svalově kosterní systém I. díl*. Praha: ČVUT. ISBN 80-01-03424-0.
50. KOPECKÁ, B, 2018. *Vliv intenzity izometrické volní kontrakce na reologické vlastnosti kosterní svaloviny in vivo, in situ*. Praha. Diplomová práce. Karlova univerzita v Praze. Fakulta tělesné výchovy a sportu. Vedoucí práce Václav Bittner.
51. KVASNICA, J., 1965, *Termodynamika*. Praha: SNTL.

52. KYSELA, Martin, Matěj KOLÁŘ, Michal STARÝ, Petr ŠIFTA a Václav BITTNER. 2016. *Detektor viskózních a elastických složek měkkých tkání in vivo, in situ [funkční vzorek]*. Myotonometr v1/2016, Česká republika, Technická univerzita v Liberci.
53. KYSELA, Martin a KOLÁŘ, Matěj. 2016. Myotonometer - Device for measurements of viscoelastic characteristics of soft tissues. In: *ELEKTRO 2016* [online]. Štrbské Pleso : IEEE, 2016 [cit. 4.3.2019]. ISBN 978-1-4673-8698-2. Dostupné z: doi:10.1109/ELEKTRO.2016.7512138
54. LANDAU L. D., LIFSCHITZ E. M., 1999. *Theory of elasticity. (Theoretical Physics, Vol. 7)*, 3rd edition, Butterworth-Heinemann, Oxford.
55. LANUZA, G. M., GOSGNACH, S., PIERANI, A., JESSELL, T. M., GOULDING, M., 2004. Genetic identification of spinal interneurons that coordinate left-right locomotor activity necessary for walking movements. *Neuron*, vol. 42, s. 375-386. ISSN 0896-6273.
56. LATASH, M. L. a ZATSIORSKY, V. M., 2006. *Biomechanics and Motor Control: Defining Central Concepts*. Cambridge: Academic Press. ISBN 978-0-12-800384-8.
57. LEONARD, C., BROWN, J., PRINCE, T., QUEEN, S., MIKHAILENKO E., 2004. Comparison of surface electromyography and myotonometric measurements during isometric contractions. *Journal of Electromyography and Kinesiology*. 14(6):709-714.
58. LEONARD, C., DESHNER, W., ROMO, J., SUOJA, E., FEHRER, S., MIKHAILENKO E., 2003. Myotonometer intra and inter-rater reliabilities. *Arch Phys Med Rehabil*. 84, 928-932.
59. LEONARD, CH. T., STEPHENS, J. U., STROPPEL, S. L. 2001. Assessing the Spastic Condition of Individuals With Upper Motoneuron Involvement: Validity of the Myotonometer. *Arch Phys Med Rehabil*. 82, 1416-1420.
60. LEONARD, CH. T. et al., 2006. Correlation between impairment and motor performance during reaching tasks in subjects with spastic hemiparesis. *Journal of Rehabilitation Medicine*, vol. 38, no. 4, s. 243-249. ISSN 1650-1977.
61. LEVINSON, S. F., SHINAGAWA, M. a SATO, T., 1995. Sonoelastic determination of human skeletal muscle elasticity. *Journal of Biomechanics*. 28(10), 1145-1154. doi:10.1016/0021-9290(94)00173-2.

62. LEWIT, K., 1995. *Manipulační léčba v myoskeletální medicíně*. 4. vydání. Leipzig: Johann Ambrosius Barth. ISBN 3-335-00401-9.
63. LF1.CZ, 2014. *Preparáty z histologie I*. [online]. [vid. 30. 5. 2014]. Dostupné z: <http://lf1.cz/index.php?a=192>.
64. LÜLLMANN-RAUCH, R., 2009. Taschenlehrbuch Histologie. 3. Aufgabe. Stuttgart: Verlag KG. ISBN 978-3-13-129243-8.
65. LUKES, J., OTAHAL S., 2009. Nanoindentation of porcine bone lamellae. *Journal Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*. Vol 12, Supplement 1. ISSN 1025-5842.
66. MARŠÍK, F., 1999, *Termodynamika kontinua*. Praha: Academia. ISBN 80-200-0758-X.
67. MASI, A. T. a HANNON, J. C., 2008. Human Resting Muscle Tone (HRMT): Narrative Introduction and Modern Concepts. *Journal of Bodywork and Movement Therapies*. 12(4), 320-332. doi:10.1016/j.jbmt.2008.05.007.
68. MATOUŠ, B. et al., 2012. *Základy lékařské chemie a biochemie*. Praha: Galen. ISBN 978-80-7262-702-8.
69. MCELHINNY, A. S., KAZMIERSKY, S. T., LABEIT, S. et al., 2003. Nebulin: the nebulou, multifunctional giant of striated muscle. *Trends in Cardiovascular Medicine*, vol. 13, no. 5, s. 195-201. ISSN 1050-1738.
70. McPARTLAND, J. M., 2004. Travell trigger points – molecular and osteopathic perspectives. *Journal of the American Osteopathic Association*, vol. 104, issue 6, s. 244-249. ISSN 0098-6151.
71. McPHERSON, J. J. et al., 1982. A Comparison of Dorsal and Volar Resting Hand Splints in the Reduction of Hypertonus. *American Journal of Occupational Therapy*. 36(10), 664-670. doi:10.5014/ajot.36.10.664.
72. MELOUN, Milan a Jiří MILITKÝ, 2002. *Kompendium statistického zpracování dat: metody a řešené úlohy včetně CD*. Praha: Academia. ISBN 80-200-1008-4.
73. MICKA, M., 2009 Stanovení parametrů viskoelastického materiálu programem ANSYS z nanoindentace. In *Konference ANSYS 2009*. Praha: TechSoft Engineering s.r.o., SVS FEM s.r.o., s. 133-140. ISBN 978-80-254-5437-4.
74. MULLIX, J., WARNER, M. a STOKESOVÁ, M., 2012. Testing muscle tone and mechanical properties of rectus femoris and biceps femoris using a novel hand held MyotonPRO device: relative ratios and reliability. *Working Papers in*

- Health Sciences.* 36(10), 664-670. Dostupné z: http://www.academia.edu/2332975/Testing_muscle_tone_and_mechanical_properties_of_rectus_femoris_and_biceps_femoris_using_a_novel_hand_held_MyotonPRO_device_relative_ratios_and_reliability
75. MYSLIVEČEK, J., 2009. *Základy neurověd.* 2. vydání. Praha: Triton. ISBN 978-807387-088-1.
 76. OGASAWARA, N., CHIBA, N. CHEN, X., 2006. Measuring the plastic properties of bulk materials by single indentation test. *Scripta Materialia.* vol. 54. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/journal/13596454/54>.
 77. OLIVER, W. C., PHARR, G. M., 2004, Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology. *Journal of Materials Research.* vol. 19, no 1.
 78. ONSAGER, L., 1931. Reciprocal Relations in Irreversible Processes I, II. *Phys. Rev.* 37, str. 405 – 426; *Phys. Rev.* 38, str. 2265 – 2279.
 79. PAI-CHI, L., PO-LIN, K., CHIA – TUNG, S., 1999. Ultrasonic strain measurements of tendon. *IEEE Ultrasonics symposium.* USA: IEEE, 1999. Vol. 2, s. 1661-1664. DOI 10.1109/ULTSYM.1999.849315.
 80. PAPAZOGLU, S. et al., 2006. Shear wave group velocity inversion in MR elastography of human skeletal muscle. *Magnetic Resonance in Medicine.* 56(3), 489-497. doi:10.1002/mrm.20993
 81. PAPAZOGLU, S. et al., 2005. Two-dimensional waveform analysis in MR elastography of skeletal muscles. *Physics in Medicine & Biology.* 50(6), 1313-1325. doi:10.1088/0031-9155/50/6/018
 82. PEIPSI, A., et al., 2012. Myoton Pro: A Novel Tool for the Assessment of Mechanical Properties of Fascial Tissues. *Journal of Bodywork and Movement Therapies.* 16(4). doi:10.1016/j.jbmt.2012.01.015.
 83. PERTLÍKOVÁ, K., 2016. *Možnosti klinického využití stanovení viskoelastických vlastností měkkých tkání pohybového aparátu člověka in vivo, in situ.* Liberec. Diplomová práce. Technická univerzita v Liberci. Ústav zdravotnických studií. Vedoucí práce Petr Šifta.

84. PETROVICKÝ, P. et al., 2008. *Klinická neuroanatomie CNS s aplikovanou neurologií a neurochirurgií*. Praha: Triton. ISBN 978-80-7387-039-3.
85. PLATZER, W., 2012. *Atlas topografické anatomie*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-7169-214-0.
86. PODĚBRADSKÝ, J., PODĚBRADSKÁ R., 2009. *Fyzikální terapie – Manuál a algoritmy*. Praha: Grada Publishing. ISBN 978-80-247-2899-5.
87. POLLARD, T. D., EARNSHAW, W. C., 2007. *Cell biology*. 2. edition. Saunders. ISBN 1416022554.
88. PRIGOGINE, I., 1967, *Thermodynamics of Irreversible Processes*, New York: John Wiley & Sons.
89. PROKEŠOVÁ. M., 2008, *Reologická odezva kolenního kloubu na historii zatěžování*. Praha, Kandidátská disertační práce na Fakultě tělesné výchovy a sportu na katedře zdravotní tělesné výchovy a tělovýchovného lékařství. Vedoucí disertační Stanislav Otáhal.
90. PROKŠOVÁ, J. et al., 2014. *Nerovnovážná termodynamika a její aplikace* [online]. [vid. 4. 3. 2014]. Dostupné z: <http://nelterm.kof.zcu.cz/index.htm>.
91. RADCLIFFE, J., FARENTIONS, R. C., 1999. *High-Powered Plyometrics*. USA: Human Kinetics. ISBN 978-0-88011-784-5.
92. ROSSIGNOL, S., DUBUC, R., GOSSARD, L., 2006. Dynamic sensorimotor interactions in locomotion. *Physiol Rev*, vol. 86, no. 1, s. 89-154. ISSN 0031-9333.
93. RUSU, L., COSMA, G., LICA, E., MARIN, M., CERNAIANU, S., COPILUSI, P. C., RUSU, P. F., Myotonometry Method for Assessment Muscle Performance. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Vol 6, 2012-06-21.
94. RYDAHL, S. J., BROUWER, B. J., 2004. Ankle stiffness and tissue compliance in stroke survivors: a validation of Myotonometer measurements. *Arch Phys Med Rehabil.*, 85(10):1631-7.
95. ŘEZANKOVÁ, H., MAREK, L., VRABEC, M., 2001. *Interaktivní učebnice statistiky* [online]. [vid. 19. 3. 2014]. Dostupné z: <http://iastat.vse.cz/>.
96. SIMONS, D. G. a MENSE, S., 1998. Understanding and measurement of muscle tone as related to clinical muscle pain. *Pain*. 75(1), 1-17. doi:10.1016/S0304-3959(97)00102-4.

97. SIKDAR, S. et al., 2008. Assessment of myofascial trigger points (MTrPs): A new application of ultrasound imaging and vibration sonoelastography. In: *30th Annual International Conference of the IEEE*. Vancouver: Engineering in Medicine and Biology Society. ISBN 978-1-4244-1814-5. doi:10.1109/IEMBS.2008.4650480.
98. SQUIRE, L. R., BERG, D., BLOOM, F., DU LAC, S., GHOSH, A., SPITZER, N. C., 2008. *Fundamental Neuroscience*. 3rd edition. Canada: Elsevier. ISBN 978-0-12-374019-9.
99. STUPKA, M., 2001. *Možnosti identifikace změn svalového napětí pomocí tomografických metod*. Praha, Kandidátská disertační práce na Fakultě tělesné výchovy a sportu na katedře anatomie a biomechaniky. Vedoucí disertační práce Stanislav Otáhal.
100. STUPKA, M., 2000. Identifikace biomechanických charakteristik kontrahovaného svalu pomocí tomografických metod. *Sborník Mezinárodní studentské vědecké konference Pohybové aktivity jako součást životního stylu pro příští tisíciletí*. Praha: FTVS UK, s. 146–150. ISBN 80-86317-01-3.
101. STUPKA, M., 1999. Možnosti identifikace svalového spasmu pomocí CT vyšetření. *Sborník mezinárodní vědecké konference Movement and Health*. Olomouc: FTK UP, 1999. s. 41–45. ISBN 80-244-0023-5.
102. ŠIFTA, P., 2005. *Měření viskoelastických vlastností měkkých tkání při spastickém syndromu*, Doktorská práce, Univerzita Karlova, FTVS.
103. ŠIFTA, P., OTÁHAL, S. a SÜSSOVÁ, J., 2005. Měření viskoelastických vlastností měkkých tkání při spastickém syndromu. *Kontakt*. 7(1-2), 153-156. Dostupné z: <http://casopis-zsfju.zsfju.cz/kontakt/administrace/clankyfile/20120321153243636199.pdf>
104. ŠIFTA, P., KYSELA, M., KOLÁŘ, M. a BITTNER, V., 2016. Zařízení pro detekci viskózních a elastických složek měkkých tkání in vivo, in situ pomocí myotonometrie [užitný vzor]. Česká republika. ev. č. 29456. 23. 5.
105. TABER, L., 2004. *Nonlinear Theory of Elasticity, Applications in Biomechanics*. Singapore: World Scientific Publishing CO. Pte. Ltd. ISBN 981-238-735-8.

106. T. K. K. 5401 GRIP D [DIGITAL GRIP DYNAMOMETER]. *Takei Scientific Instruments Co., Ltd.* [online]. 2008 [cit. 15.11.2019]. Dostupné z: <http://www.takei-si.co.jp/en/productinfo/detail/49.html>.
107. TLAPÁK, P., 2004. Tvarování těla pro muže a ženy, 4. vydání. Praha: ARSCI. ISBN 80-86078-41-8.
108. TOGNELLA, F. et al., 1997. A mechanical device for studying mechanical properties of human muscles in vivo. *Journal Biomechanics*. 30(10), 1077-1080. doi:10.1016/S0021-9290(97)00067-5.
109. TRAVELL, J. G., SIMONS, D. G., 1998. Myofascial pain and dysfunction – the trigger point manual. 2. edition. USA: Lippincott Williams & Williams. ISBN 0683083635.
110. TROJAN, S., PFEIFFER, J., VOTAVA, J., DRUGA, R., 2005. *Fyziologie a léčebná rehabilitace motoriky člověka*. 3. vydání. Praha: Grada Publishing, ISBN 80-247-1296-2.
111. VÉLE, F., 2006. *Kineziologie: Přehled klinické kineziologie a patokineziologie pro diagnostiku a terapii poruch pohybové soustavy*. 2. Vydání. Praha: Triton. ISBN 80-7254-837-9.
112. WIKIPEDIE, 2019. *Otevřená encyklopedie* [online]. [vid. 4. 6. 2019]. Dostupné z: <http://cs.wikipedia.org>.
113. WITT, CH. C., BURKART, C., LABEIT, D., MCNABB, M., WU, Y., GRANZIER, H., LABEIT, S., 2006. Nebulin regulates thin filament length, contractility, and Z-disk structure in vivo. *The EMBO Journal*, vol. 25, no. 16, s. 3843-3855, PMID 16902413.
114. WREN, A., YERBY, S. A., BEAUPRE, G. S., CARTER, D. R., 2001. Mechanical Properties of the Human Achilles Tendon. *Clinical Biomechanics*, vol. 16, issue 3, s. 245-51. ISSN 0268-0033.
115. YLINEN, J. et al., 2006. Repeatability of a computerized muscle tonometer and the effect of tissue thickness on the estimation of muscle tone. *Physiological Measurement*. 27(9). doi:10.1088/0967-3334/27/9/003.
116. ZHENG, Y. a MAK, A. F., 1999. Effective Elastic Properties for Lower Limb Soft Tissues from Manual Indentation Experiment. *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*. 7(3), 257-267. doi:10.1109/86.788463.

8 Seznam příloh

Příloha 1: Publikační výstup k tématu disertační práce č. 1 (Konference Strutex 2018)

Příloha 2: Publikační výstup k tématu disertační práce č. 2 (Konference CM 2019)

Příloha 3: Publikační výstup autora disertační práce nevztahující se tématu, J_{sc} č. 1

Příloha 4: Publikační výstup autora disertační práce nevztahující se tématu, J_{sc} č. 2

Příloha 5: Publikační výstup autora disertační práce nevztahující se tématu, J_{sc} č. 3

Příloha 6: Seznam vybraných publikační výstupů autora disertační práce – ostatní (WOS, SCOPUS)

Příloha 7: Zařízení pro detekci viskózních a elastických složek měkkých tkání in vivo, in situ pomocí myotonometrie – Užitný vzor

Příloha 8: Detektor viskózních a elastických složek měkkých tkání in vivo, in situ – Funkční vzorek

MATHEMATICAL MODEL FOR THE DETERMINATION OF VISCOELASTIC PROPERTIES OF SPATIAL FABRICS USING INDENTATION STRESS TEST

VÁCLAV BITTNER^{1*}, VERONIKA TUNÁKOVÁ², FRANTIŠEK MARŠÍK³

¹Faculty of Science, Humanities and Education, Technical University of Liberec, Czech Republic, *vaclov.bittner@tul.cz
²Faculty of Textile Engineering, Technical University of Liberec, Liberec, Czech Republic
³Institute of Thermoelasticity of the CAS, v. v. i., Prague, Czech Republic

ABSTRACT

The aim of the thesis is to create a mathematical model for the determination of viscoelastic properties of spatial fabrics using indentation stress tests. Geometry is formulated for indentation of a solid cylinder penetrating into an infinite half-space of thermo-viscoelastic material. The solution is based on a classical analytical approach to the problem of stationary loading of the elastic material. This approach is generalized for Neo-Hooke's hyperelastic material and large deformations. The model estimates the elastic properties of the material (Young module, Poisson number) and the viscosity coefficient from the indentation load test. The present concept can be used to study the mechanical properties of 3D nonwovens, fibrous, nanofibrous and composite structures, or foam materials. The results can also be used in tissue engineering (scaffolds), or in car seat comfort testing etc.

Key words: Mathematical model, viscoelastic properties, spatial fabrics, indentation

INTRODUCTION

Indenting is a mechanical stress test where a very hard indenter is pressed into the material under investigation. It takes use of a hard tip whose geometrical and mechanical properties are known. In a measurement, load placed on the indenter tip is progressively increased, until it reaches a userdefined value F_{max} . This load may be held constant for a period and is then gradually removed again. The periods of loading, holding and unloading the sample are userdefined and recorded along with measured data. The course of the load curve for the viscoelastic material is shown in Fig 1.

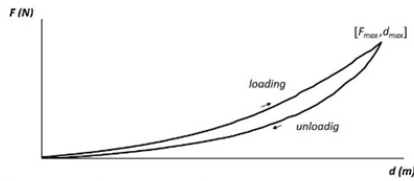


Fig. 1: A typical course of the load curve when indenting a viscoelastic material by a cylindrical indenter.

The method is used especially for the testing of mechanical properties of materials at micro and nano scale. According to available sources, mathematical models are based on the theory of small deformations and developed especially to determine the hardness of the material. The question is whether it is possible to extend this reflection to a macroscopic scale and examine the viscoelasticity of materials?

METHODS

Problem is formulated for indentation of a solid cylinder penetrating into an infinite half-space of viscoelastic material. The task is solved first, provided that the material is only elastic and with small deformations. The found shape of the deformation is used in the next step to formulate the tensor of deformation for the Neo-Hooke's hyperelastic material. The geometry of the task is shown in Fig 2.

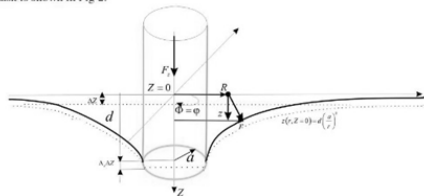


Fig. 2: Penetration of the solid cylinder into half-space by the action of point surface forces $F = (0, 0, F_z)$

SOLUTION AND RESULTS

During each deformation the weight is retained. Deformation gradient F^j_i is used to determine deformation tensors. The change in density is related to the change in volume (1-j). The volume change is proportional to the pressure (1). K is the compressibility modulus.

$$\rho_0 = j\rho, \quad j = \det[F^j_i], \quad F^j_i = \frac{\partial x^j}{\partial X^i}, \quad p = K(1-j) = K\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) \quad (1)$$

The constitutive equation for the homogeneous elastic material (2a) can be generalized to the viscoelastic material (2b). In loading tests is typically measured elastic modulus E and Poisson's ratio σ .

$$\begin{aligned} \text{a) } t^i_j &= K e_{(ij)} \delta^{ij} + 2\mu e^{ij} & K &= \frac{E}{3(1-2\sigma)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\sigma)} \\ \text{b) } t^i_j &= K e_{(ij)} \delta^{ij} + 2\dot{\mu} e^{ij} + 2\mu \dot{d}^i_j & K &= \left[\frac{J}{\text{m}^3} \right], \quad \dot{\mu} = \left[\frac{J}{\text{m}^3 \cdot \text{s}} \right], \quad \mu = [\text{Pa} \cdot \text{s}] \end{aligned} \quad (2)$$

Another generalization is the hyperelastic material (Neo-Hook's). It is especially suitable for low compressible materials^[1]. For the geometry of Fig. 2, it can be shown that the main components of Green's stress tensor are:

$$t_{zz} = \frac{\mu}{j^{2/3}} \left(\lambda^2 - \frac{j}{\lambda} \right), \quad t_{xx} = t_{yy} = 0 \quad (3)$$

where λ is the elongation in the main direction of deformation.

For small deformations ($d - 2a/3$) can be used this equation^[2]:

$$(1 - 2\sigma) \Delta u + \text{grad div } \mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

Assuming the force under the cylindrical surface generates pressure:

$$p(r) = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right)^{n-1/2}, \quad \text{pro } r \leq a \quad (4)$$

solution can be found:

$$F_z = \frac{2aE}{(1-\sigma^2)} d \quad (5)$$

Equation (5) is essential for determining the elastic material constants from the indentation test.

For large deformations, it is necessary to find Green's tensor of deformation C (8) and its own numbers (in cylindrical coordinates) (6):

$$\begin{aligned} C_r &= \lambda_z^2 = \frac{a_1^2 + \Lambda_z^2}{2} + \sqrt{(a_1 - \Lambda_z)^2 + 4a_2^2}, & a_{11} &= \left[1 + \left(\delta \frac{d}{r} \frac{a}{r} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)^2 \\ C_\varphi &= \lambda_\varphi^2 = \left(\frac{r}{R} \right)^2, & a_{22} &= - \left(\delta \lambda_z \frac{d}{r} \frac{a}{r} \right) \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right) \\ C_z &= \lambda_z^2 = \frac{a_1^2 + \Lambda_z^2}{2} - \sqrt{(a_1 - \Lambda_z)^2 + 4a_2^2}, & a_{33} &= - \left(\delta \lambda_z \frac{d}{r} \frac{a}{r} \right) \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

where Λ_z represents compression of material in the z direction and δ is the surface curvature parameter. Next can be used eq. 3.

To determine the viscosity of the material can use the eq. 2b and the Oldquist equation^[3].

$$t_{zz}^{(a)} = 2\mu d^2 = \frac{4}{3} \mu_0 \left(\frac{2}{3} \right)^n d^{2n+1}, \quad n \in (0.5, 1) \quad (7)$$

Where μ_0 [Pa·s] is the coefficient of viscosity. The velocity deformation tensor d^i_j can be obtained from the tensor of large deformations (8).

$$2d^i_j = F^i_k C^k_l F^{l_j} \quad \mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (8)$$

For small deformations, then:

$$d_{zz} = e_{zz} = -\frac{8d}{3\pi a} \approx \left(\frac{8}{\pi} \frac{d}{a^2} d \right) \quad (9)$$

DISCUSSION

From the experimental point of view, it is difficult to determine the coefficients Λ_z and δ . The coefficient μ_0 can be determined from the rate of indentation \dot{d} at the corresponding stress.

CONCLUSION

The proposed concept can be further developed for FEM and layered composite materials. Can be used to study the mechanical properties of 3D nonwovens, fibrous, nanofibrous and composite structures, or foam materials.

REFERENCES

- [1] MARŠÍK, František. 1999. Termodynamika kontinua. Praha: Academia. ISBN 978-802-0007-582.
- [2] LANDAU, L.D., LIFSHITZ, E.M. Theory of elasticity. (Theoretical Physics, Vol. 7), 3rd edition. Butterworth-Heinemann, Oxford, 1999.
- [3] TABER, Larry Alan. c2004. Nonlinear theory of elasticity: applications in biomechanics. River Edge, NJ: World Scientific. ISBN 98-123-8735-8.



Mathematical model for determining the viscoelastic properties of soft tissues using indentation tests

V. Bittner^a, F. Maršík^b

^aFaculty of Science, Humanities and Education, Technical University of Liberec, Czech Republic

^bInstitute of Thermomechanics of the CAS, v. v. i., Prague, Czech Republic

1. Introduction

Indenting is a mechanical stress test where a very hard indenter is pressed into the material under investigation. It takes use of a hard tip whose geometrical and mechanical properties are known. In a measurement, load placed on the indenter tip is progressively increased, until it reaches a user defined value F_{max} . This load may be held constant for a period and is then gradually removed again. The periods of loading, holding and unloading the sample are user defined and recorded along with measured data. The course of the load curve for the viscoelastic material is shown in fig. 1.

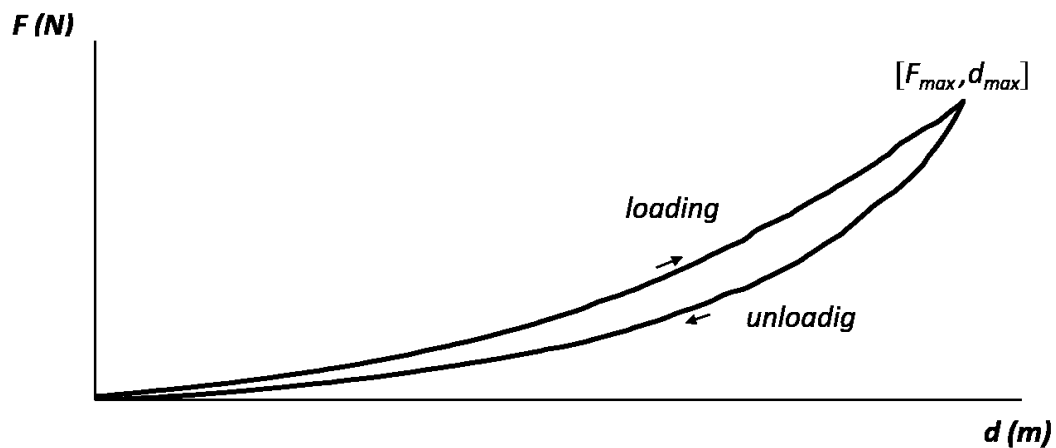


Fig. 1: A typical course of the load curve when indenting a viscoelastic material by a cylindrical indenter.

The method is used especially for the testing of mechanical properties of materials at micro and nano scale. According to available sources, mathematical models are based on the theory of small deformations and developed especially to determine the hardness of the material. The question is whether it is possible to extend this reflection to a macroscopic scale and examine the viscoelasticity of materials? Such a concept could be used in medicine to objectify palpation

examination of soft tissues, especially muscles. Instruments based on this principle already exist. They are called myotonometers.

2. Aim

The aim of the thesis was to create a mathematical model for the determination of viscoelastic properties of soft tissues using indentation tests.

3. Methods

Problem is formulated for indentation of a solid cylinder penetrating into an infinite half-space of viscoelastic material. The task is solved first, provided that the material is only elastic and with small deformations. The found shape of the deformation is used in the next step to formulate the tensor of deformation for the Neo-Hooke's hyperelastic material. The geometry of the task is shown in fig 2.

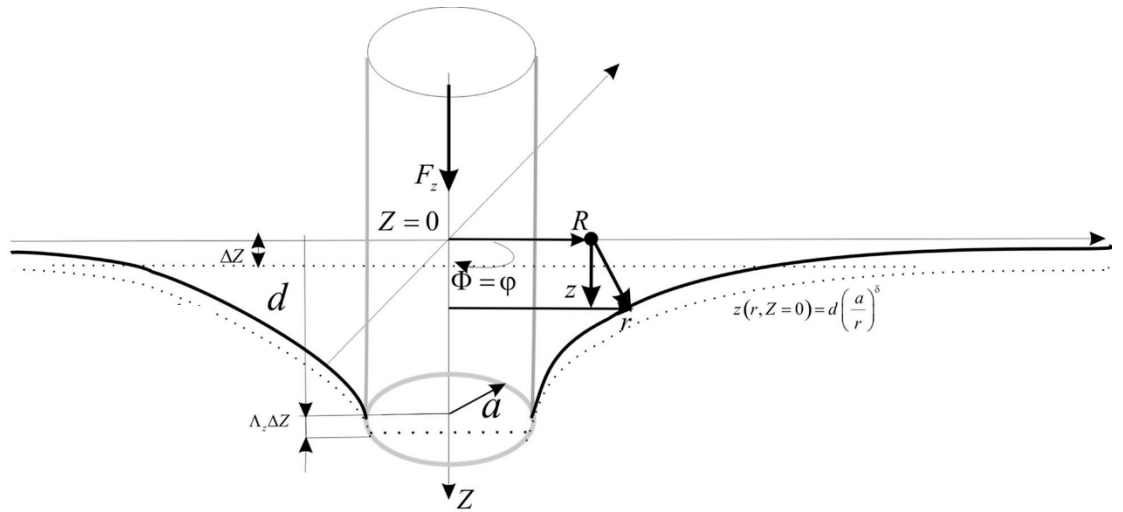


Fig. 2: Penetration of the solid cylinder into half-space by the action of point surface forces $\mathbf{F} = (0; 0; F_z)$.

4. Solution and results

During each deformation the weight is retained. Deformation gradient $F^i{}_I$ is used to determine deformation tensor. The change in density ρ is related to the change in volume $(1-j)$. The volume change is proportional to the pressure p . K is the compressibility modulus (1).

$$\rho_o = j\rho, \quad j = \det|F^i{}_I|, \quad F^i{}_I = \frac{\partial x^i}{\partial X^I}, \quad (1)$$

$$p = K(1-j) = K\left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right).$$

The constitutive equation for the homogeneous elastic material (eq. 2a) can be generalized to the viscoelastic material (eq. 2b)^[3]. In loading tests is typically measured elastic modulus E and Poisson's ratio σ .

$$\begin{aligned}
a) \quad t^{ij} &= Ke_{(1)}\delta^{ij} + 2\hat{\mu}e^{ij} & K &= \frac{E}{3(1-2\sigma)}, \quad \hat{\mu} = \frac{E}{2(1+\sigma)} \\
b) \quad t^{ij} &= Ke_{(1)}\delta^{ij} + 2\hat{\mu}e^{ij} + 2\mu d^{ij} & K & \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right], \quad \hat{\mu} \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right], \quad \mu \text{ [Pa}\cdot\text{s]}
\end{aligned} \tag{2}$$

Another generalization is the hyperelastic material (Neo-Hook's). It is especially suitable for low compressible materials^[4] and is also useful for describing biological tissues^[1]. For the geometry of fig. 2, it can be shown that the main components of Green's stress tensor are:

$$t_{zz} = \frac{\hat{\mu}}{j^{5/3}} \left(\lambda^2 - \frac{j}{\lambda} \right), \quad t_{xx} = t_{yy} = 0, \tag{3}$$

where λ is the elongation in the main direction of deformation.

For small deformations ($d \sim 2a/3$) can be used this equation:

$$(1-2\sigma)\Delta\mathbf{u} + \text{grad div } \mathbf{u} = 0, \tag{4}$$

where $\mathbf{u} = (u_x; u_y; u_z)$ is the displacement vector. Assuming the force under the cylindrical surface generates pressure:

$$p(R) = p(0) \left(1 - \frac{R^2}{a^2} \right)^{-1/2} \quad \text{for } R \leq a. \tag{5}$$

Analytical solution can be found using the Green function method^[2]. It can be shown that the only non-zero displacement is in the z-direction (for $R \in (0, a)$) and is equal:

$$u_z = \frac{\pi(1-\sigma^2)ap(0)}{E} = d. \tag{6}$$

The indentation size is the same under the entire indenter area and corresponds to the depth of indentation d (fig. 1 and 2).

$$F_z = \frac{2aE}{(1-\sigma^2)} d \tag{7}$$

Equation (7) is essential for determining the elastic material constants from the indentation test. For large deformations, it is necessary to find Green's tensor of deformation \mathbf{C} (eq. 10) and its own numbers (in cylindrical coordinates) (8):

$$\begin{aligned}
C_r &= \frac{a_{11} + \Lambda_z^2}{2} + \sqrt{(a_{11} - \Lambda_z^2)^2 + 4a_{31}^2}, & a_{11} &= \left[1 + \left(\delta \frac{d}{r} \left(\frac{a}{r} \right)^\delta \right)^2 \right] \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right)^2, \\
C_\varphi &= \left(\frac{r}{R} \right)^2, & \text{where} & \\
C_z &= \frac{a_{11} + \Lambda_z^2}{2} - \sqrt{(a_{11} - \Lambda_z^2)^2 + 4a_{31}^2}, & a_{31} &= - \left(\delta \Lambda_z \frac{d}{r} \left(\frac{a}{r} \right)^\delta \right) \left(\frac{\partial r}{\partial R} \right).
\end{aligned} \tag{8}$$

Variable Λ_z represents compression of material in the z direction and δ is the surface curvature parameter. Next can be used eq. 3.

To determine the viscosity of the material can use the eq. 2b and the Oldquist equation^[4]. For unidirectional load can be written:

$$\begin{aligned}
t^{ij} &= t_{\text{el}}^{ij} + t_{\text{dis}}^{ij}, & \text{where} & & t_{\text{el}}^{ij} &= Ke_{(1)}\delta^{ij} + 2\hat{\mu}e^{ij}, \quad t_{\text{dis}}^{ij} = 2\mu d^{ij}, \\
t_{\text{dis}}^{zz} &= 2\mu d^{zz} = \frac{4}{3}\mu_0 \left(\frac{2}{3} \right)^n d_{zz}^{2n-1}, & & & n &\in \langle 0.5; 1 \rangle
\end{aligned} \tag{9}$$

where μ_0 [Pa.s] is the coefficient of viscosity. The velocity deformation tensor d_{ij} can be obtained from the tensor of large deformations (eq. 10).

$$2d_{ij} = \mathbf{F}^{-T} \cdot \quad \mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (10)$$

For small deformations, then:

$$d_{zz} = \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial a} \approx \left(-\frac{8}{\pi a^2} \cdot \right)$$

5. Discussion

From the experimental point of view, it is difficult to determine the coefficients j , Λ_z , n and δ . The coefficient μ_0 can be determined from the velocity of indentation \dot{d} at the corresponding stress.

6. Conclusion

The present study offers a theoretical analysis of indentation tests to determine the viscoelastic properties of soft tissues. The results can be used to objectify palpation examinations of the locomotor system by myotonometry.

The proposed concept can be further developed for FEM and layered composite materials. Can be used to study the mechanical properties of 3D structures (nonwovens, fibrous, nanofibrous and composite structures, or foam materials).

Acknowledgements

The work has been supported by the grants projects TG01010117 – PROSYKO and SGS Technical University of Liberec.

References

- [1] HUMPHREY, Jay Dowell, c2002. *Cardiovascular solid mechanics: cells, tissues, and organs*. New York: Springer. ISBN 03-879-5168-7
- [2] LANDAU, L. D., LIFSHITZ, E. M., 1999. *Theory of elasticity. (Theoretical Physics, Vol. 7), 3rd edition*, Oxford: Butterworth-Heinemann.
- [3] MARŠÍK, František, 1999. *Termodynamika kontinua*. Praha: Academia. ISBN 978-802-0007-582.
- [4] TABER, Larry Alan, c2004. *Nonlinear theory of elasticity: applications in biomechanics*. River Edge, NJ: World Scientific. ISBN 98-123-8735-8.

Příloha 3: Publikační výstup autora disertační práce nevztahující se k tématu, J_{sc} č. 1

Poznámka: Indexováno v databázi SCOPUS, Q2

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/322114025>

Using the Fourier Transform in the Analysis of Vibration Load Tests of Heterogeneous Mechanical Systems

Article in *Manufacturing Technology* - December 2017

DOI: 10.21062/ujep/s.2017/a/1213-2489/MT/17/6/836

CITATION

1

READS

105

5 authors, including:



Václav Bittner

Technical University of Liberec

20 PUBLICATIONS 16 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



M. Svoboda

Jan Evangelista Purkyně University

65 PUBLICATIONS 740 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Karel Jelen

Charles University in Prague

77 PUBLICATIONS 184 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

USING THE FOURIER TRANSFORM IN THE ANALYSIS OF VIBRATION LOAD TESTS OF HETEROGENEOUS MECHANICAL SYSTEMS

Václav Bittner, Mgr., Faculty of Physical Education and Sport, Charles University, José Martího 31, Praha 6, Czech Republic and Faculty of Science, Humanities and Education, Technical University of Liberec, Studentská 1402/2, Liberec, Czech Republic, E-mail: vaclav.bittner@tul.cz.

Richard Tuček, Mgr., Faculty of Science, Humanities and Education, Technical University of Liberec, Studentská 1402/2, Liberec, Czech Republic, E-mail: richard.tucek@tul.cz.

Šárka Panská, Mgr., Faculty of Physical Education and Sport, Charles University, José Martího 31, Praha 6, Czech Republic, E-mail: spanska@ftvs.cuni.cz.

Martin Svoboda, Ph.D., Ing., Faculty of production technology and management of Jan Evangelista Purkyně University in Ústí nad Labem, Na Okraji 1001, Czech Republic, E-mail: svoboda@fvtm.ujep.cz.

Karel Jelen, doc., CSc., PaedDr., Faculty of Physical Education and Sport, Charles University, José Martího 31, Praha 6, Czech Republic, E-mail: jelen@ftvs.cuni.cz.

The aim of this study was to find possibilities of using the Fourier transform in the analysis of vibration load tests of heterogeneous mechanical systems, especially those of a biological nature. The study applied the idea that the dispersion of a stationary stochastic signal depends on its power spectral density. We have verified that a sophisticated reduction in the spectral power of the ergodic signal may be used to filter it effectively. The proposed procedure is suitable for the detection and separation of harmonic artefacts. We have created an algorithm in the MATLAB environment and tested its functionality when analysing the vibration transfer within the human axial system.

Key Words: Signal Filtering, Vibration Analysis, Heterogeneous Systems, Fourier Transform

Introduction

Vibration load tests are among the essential experimental methods for studying material mechanical properties. From the physical point of view, it is an analysis of the response of mechanical systems to harmonic load in a predetermined range of frequencies $[f_{\min}; f_{\max}]$. The instrumentation apparatus typically consists of a driving force source oscillating at a time-dependent frequency $f(t) \in [f_{\min}; f_{\max}]$ and a set of $n \in \mathbf{N}$ acceleration sensors that can be displaced within any optional geometry along the surface of the body to be examined, see e.g. Fig. 2. Then, the output variable is a set of dependencies

$$a_i(t) = a_i(f(t), \mathbf{r}_i) \quad (1)$$

where $i = 1, 2, \dots, n$.

They describe the amplitudes of the acceleration $a_i(t)$ of the oscillating movement of the system points with the equilibrium position \mathbf{r}_i at excitation frequencies $f(t)$, see Fig. 3. From the local extremes of the relationships (1), the resonant frequency $f_k^{\text{res}} \{k \in \mathbf{N}\}$ of the system and, in combination with the corresponding mathematical model, the elastic or viscous behaviour of the whole system can be determined.

The disadvantage of this experimental method is its financial difficulty and, especially, low reliability [3]. Complications occur especially in the analysis of heterogeneous systems such as biological tissues or other composites. Their nonlinear behaviour and complex constitutive relationships require the use of non-trivial mathematical models. They then negatively affect the estimate of the uncertainty of determining the parameters of the investigated system.

Moreover, it is often unclear how the individual subsystems interact mechanically and how this interaction is influenced by the method itself. This is particularly evident at points located close to the driving forces, where automatic or semi-automatic localisation of the dependency extremes $a_i(t)$ is very complicated. The challenge is how to eliminate these effects. There are more ways to solve this. Some approximation methods, such as non-linear least squares [4], are available. This article describes a method of data filtering using the discrete Fourier transform (DFT).

2 Theoretical Basis

The output record of vibrational load tests, i.e. the relationships (1), can be seen as a set of n stochastic signals and the variables $a_i(t)$ as random variables at time $t \{ t \in T \subset \mathbf{R} \}$. Thus, for each of them, a mean value $\mu_i(t)$, variance $\sigma_i^2(t)$ and autocorrelation function $R_i(t; t + \tau)$ can be introduced in a standard way between two time points of the signal with a distance τ :

$$\mu_i(t) = \mathbb{E}[a_i(t)], \quad (2)$$

$$\sigma_i^2(t) = \mathbb{E}[a_i^2(t)] - \mu_i^2(t), \quad (3)$$

$$R_i(t; t + \tau) = \mathbb{E}[a_i(t) \cdot a_i(t + \tau)]. \quad (4)$$

Supposing that the stochastic signals are weakly stationary, the functions of both mean values $\mu_i(t) = \mu$ and variance $\sigma_i^2(t) = \sigma_i^2$ are constant and the autocorrelation functions only depend on the difference of arguments τ , i.e.:

$$R_i(t; t + \tau) = R_i(\tau). \quad (5)$$

Applying the Wiener-Khinchin theorem [2]:

$$R_i(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega\tau} S_i(\omega) d\omega; \quad \omega \in (-\infty; \infty), \quad (6)$$

where $S(\omega)$ has the meaning of the power spectral signal density (even function), then for $\tau = 0$ it can be written as:

$$\sigma_i^2 = R_i(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_i(\omega) d\omega = 2 \int_0^{+\infty} S_i(\omega) d\omega \quad (7)$$

The relation (7) means that variance of the variables $a_i(t)$ can be expressed by their autocorrelation functions, and the value of these variances depends on the total spectral power of the vibration load test signals.

The idea is therefore to reduce the variability of dependencies $a_i(t)$ by reducing their spectral power. This can be done using the Fourier transform and post-hoc manipulation with the calculated frequency spectra $A_i(\omega)$.

$$A_i(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} a_i(t) dt; \quad \omega \in (-\infty; \infty), \quad (8)$$

$$S_i(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|A_i(\omega)|^2}{T}. \quad (9)$$

From the relations (8) and (9), it follows that the partial or total elimination of the selected components in the spectra $A_i(\omega)$ reduces the spectral power of the whole signal and thus reduces its variability according to (7). The procedure could be effective especially for signal filtering where the noise is harmonic. This applies, for example, to vibration load testing of heterogeneous systems, see below. Discretisation of the Problem and Setting-up the MATLAB algorithm.

In practice, the output variables $a_i(t)$ do not represent a continuous signal but are characterised by the final number of K samples $a_i(t_l) \equiv a_{il}$ at discrete times t_l , with:

$$0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{K-1} = T. \quad (10)$$

If the sampling is equidistant, a DFT can be performed for even K and spectra for the individual signals (11) can be found, see Fig. 1B.

$$A_{i\omega} = \sum_{l=0}^{K-1} a_{il} e^{-j \frac{2\pi}{K} \omega l} \quad (11)$$

where $\omega = 1, 2, \dots, \frac{K}{2}$.

In case of non-equidistant sampling, it is necessary to estimate even the values $a_i(t)$ between the measured values a_{il} . This can be done, for instance, by linear interpolation.

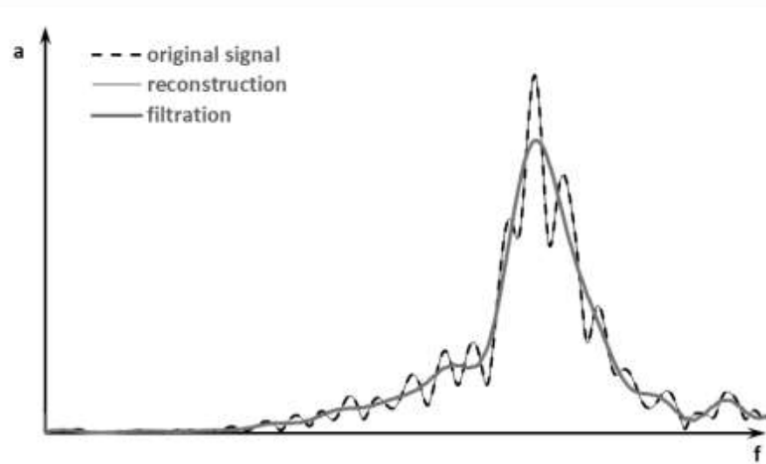
$$\hat{a}_i(t) = \hat{a}_i(t_{l-1}) + \frac{\hat{a}_i(t_l) - \hat{a}_i(t_{l-1})}{t_l - t_{l-1}}(t - t_{l-1}); \quad t \in [t_{l-1}; t_l] \quad l = 1, \dots, K \quad (12)$$

The coefficients $A_{i\omega}$ in the expressions (11) are complex numbers that can be written in a goniometric form in a known manner using the absolute value $|A_{i\omega}|$ and the argument (phase) $P_{i\omega}$. The original signal can then be retroactively converted with harmonic functions and $A_{i\omega}$ (13), see Fig. 1A.

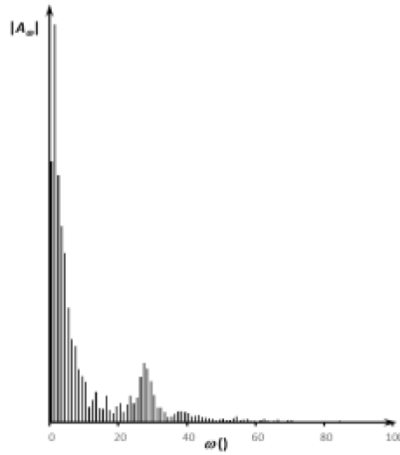
$$a_i(t) = A_{i0} + \sum_{\omega=1}^{K/2} A_{i\omega} \sin\left(\frac{2\pi}{K} \omega t + P_{i\omega}\right) \quad (13)$$

For an accurate reconstruction according to the Kotelnikov-Shannon theorem, it is necessary that the sampling frequency be at least two-times higher than the maximum frequency of the converted signal. Within the mechanical load tests, including vibrational ones, the sampling frequency usually exceeds the oscillation of the signal under investigation. Therefore, except for ultimate tests that end up with rupture or other collapse of a sample, it is not necessary to use all $K/2$ spectral coefficients in order to reconstruct the signal. As shown in Fig. 1C, sufficient accuracy (in the order of 10^{-5}) can be achieved even with significantly lower number of spectral coefficients $A_{i\omega}$.

A



B



C

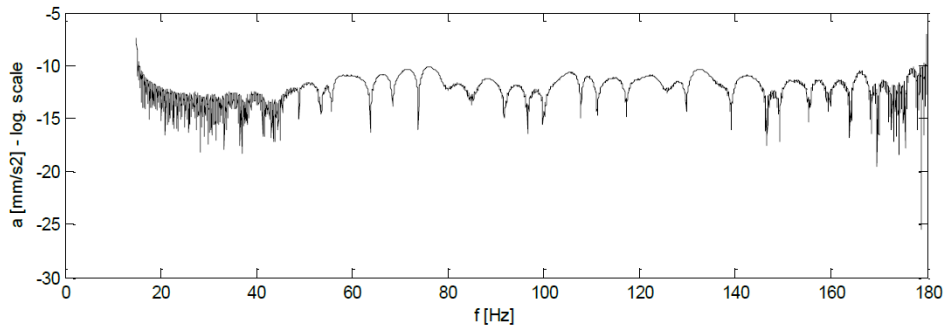


Fig. 1 Example of evaluation of the vibration load test from one sensor using DFT.

Legend to Fig. 1:

A – Dependence of acceleration amplitudes $a(t) = a(f(t))$ on the excitation frequency $f(t) \in [5; 180]$ Hz. Reconstruction of the original signal ($K = 4096$) is performed using the spectral coefficients $A_\omega \{ \omega \in \mathbf{N}; 1 \leq \omega \leq 400 \}$. The filtered signal is reconstructed using the reduced spectrum $A_\omega^{\text{red}} \{ \omega \in \mathbf{N}; 1 \leq \omega \leq 14 \wedge 80 \leq \omega \leq 400 \}$.

B – Spectrogram of the signal in Fig. A.

C – Error of reconstruction of the original signal from Fig. A depending on the excitation frequency $f(t)$ using the spectral coefficients $A_\omega \{ \omega \in \mathbf{N}; 1 \leq \omega \leq 400 \}$.

If a DFT signal can be decomposed and restored faithfully, it is possible to switch towards filtering the interfering components. The easiest way to do this is to eliminate part of the spectrum completely. Figure 1A (filtering) illustrates an example where from the original 400 reconstruction coefficients used for one particular signal were eliminated all those for whose frequencies holds: $15 \leq \omega \leq 79$.

From a technological point of view, it is essential to automate the entire process. The basic algorithm was written in MATLAB and is shown in Table 1.

Table 1: Algorithm for reduction of the signal spectral power (MATLAB)

1	clear all;
2	K = 400;
3	L = 14; M = 80;
4	aux = importdata('data.csv');

```

5     d = size(aux.data);
6     for s = 1:(d(1,2)-1)
7         tOri = aux.data(1:d(1,1),1)';
8         dOri = aux.data(1:d(1,1),s+1)';
9         N     = length(tOri);
10        t     = linspace(tOri(1),tOri(end),N);
11        data  = interp1(tOri,dOri,t);
12        fc = fft(data);
13        A0 = abs (fc(1)) / N;
14        Aj = abs (fc(2:1+round(length(fc)/2))) / (N/2);    % amplitude
15        Pj = angle (fc(2:1+round(length(fc)/2))) + pi/2;    % phase
16        dat2 = A0*ones(size(t));
17        dat2k = A0*ones(size(t));
18        tim2 = (t(end)-t(1))/(2*pi);
19        for j = 1:L,
20            dat2 = dat2 + Aj(j)*sin(j*((tOri-t(1))/tim2)+Pj(j));
21        end;
22        for j = M:K,
23            dat2 = dat2 + Aj(j)*sin(j*((tOri-t(1))/tim2)+Pj(j));
24        end;
25        for j = 1:K,
26            dat2k = dat2k + Aj(j)*sin(j*((tOri-t(1))/tim2)+Pj(j));
27        end;
28        filter(:,1) = tOri;                % with filtering
29        filter(:,s+1) = dat2;
30        komplet(:,1) = tOri;                % without filtering
31        komplet(:,s+1) = dat2k;
32    end;

```

Legend for Table 1 (formatting: row – description):

2,3 – conditional input variables (K - number of spectral coefficients to reconstruct the original signal, L, M - range of the eliminated spectral coefficients $A_{\omega} \{ \omega \in \mathbf{N}; L \leq \omega \leq M \}$); 4,5,7,8,9– reading input data; 10, 11 - linear interpolation for the introduction of equidistant timespaces; 12-15 - calculation of spectral coefficients using the DFT function implemented in MATLAB; 16-27 – reverse signal reconstruction (with and without filtering); 28,31 – saving results to files; 6,32 – repeating the process for n dependencies. The entire code, including manual and graphical outputs, is available in Bittner et al. [1].

Output data from vibration load tests must be arranged into the code's input file, "data.csv". Within this file, the first line is reserved for the text variables for the description of quantities. The first column is intended for the excitation frequencies $f(t) \in [f_{\min}; f_{\max}]$; in the other n columns the dependencies (1) are recorded. The conditional input variables include the number of reconstruction coefficients used $A_{i\omega} \{ K \}$ and the range of eliminated frequencies $\{ L \leq \omega \leq M \}$ for filtering. Output variables are the converted dependencies (1), yet with reduced spectral power. The results are written to the output file "filtrace.txt", having the same structure as the input file.

3 Example of the method application

The proposed procedure will now be demonstrated to correlate the signal from vibrational load tests of the human spinal system through the Transfer Vibration through Spine (TVS) method. This method is based on the ability of materials (tissues) to transfer applied external forces through their structure. If the driving force has a pulse character, then pressure waves are propagated through the affected tissue. These generate corresponding changes in the mechanical energy density [5]. This mechanical energy is partly absorbed by the viscoelastic properties of the tissue in the form of elastic deformation and partially damped (dissipated) by viscosity. Furthermore, the velocity of pulse wave propagation and the decrease of its amplitude are related to the parameters of the tissue where the wave passes [6].

As shown by Panská et al. [7], objective mechanical parameters (elastic modulus and dynamic viscosity) can be assigned to the examined parts of the axial system by the excitation using vibrations of 5-180 Hz on the selected vertebral system (usually C7) and detecting their damping on other spinal segments (Fig. 2).

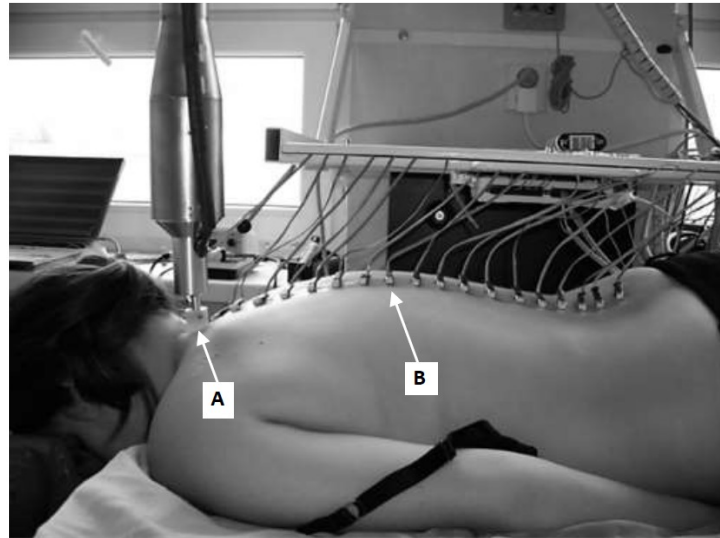


Fig. 2: Vibration analysis using TVS method. The source of the excitation force is located on the vertebra C7 (A), the acceleration sensors ($n = 18$) are located on the vertebrae Th1-S1 (B).

In particular, the viscosity μ [Pa.s] of the respective segment of the axial system can be determined from the product of the damping coefficient b [-] and function f . This function generally depends on density ρ [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$] of the studied tissue and on the resonance frequencies f_k^{res} [s^{-1}] of a standing wave with wavelength λ [m] (14).

$$\mu = b \cdot f(\rho, f_k^{\text{res}}, \lambda). \quad (14)$$

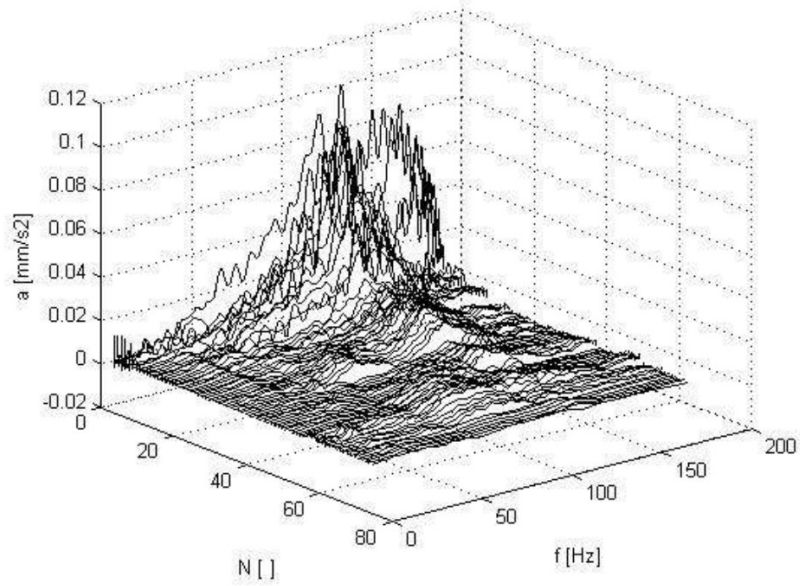
The actual damping coefficient can be estimated. In more detail, the estimation relies on the approximation of the dependence of resonance acceleration amplitudes corresponding to the individual oscillating vertebrae (the y axis) on their distances (position) from the excitation source (the x axis) by the function:

$$y = Ae^{-bx}$$

(15)

The problem arises with automatic or semi-automatic evaluation of output dependencies $a_i(t)$. Due to interference phenomena, it is very difficult to determine the position of the searched local maxima in the interval $f(t) \in [5; 180]$ Hz.

A



B

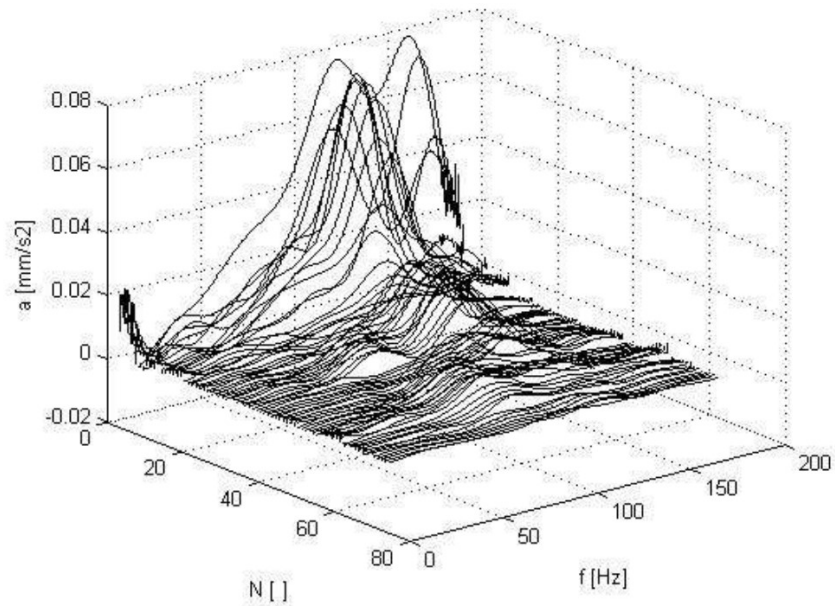


Fig. 3: Comparison of the experimental results using the TVS method of thoracic vertebrae (Th1 - Th12) before (A) and after (B) correction using DFT in MATLAB.

Legend to Fig 3:

3D charts show the response (acceleration amplitudes a_i) of each vertebra in dependence on the excitation frequency $f(t) \in [5;180]$ Hz. The resonance frequencies f_k^{res} are displayed as the local extremes of the respective curve for each vertebra. The chart shows results from 12 sensors after 6 repetitions each. The variable N has the following meaning: 1 thru 6 – repeated measurements on Th1, 7 thru 12 – repeated measurements on Th2, ..., 67 thru 72 – repeated measurements on Th12.

It can be seen from Fig. 3A that in the aperiodic set of signals from the vibration load test, a dominant harmonic component appears. In Fig. 3B, this noise is already eliminated by the procedure described above.

4 Discussion

In the context of the general use of the presented technique, two basic questions need to be answered: (1) under what conditions the output signal can be considered as weak stationary signal and (2) when is it advantageous to use this method.

Stationarity can be ensured by making the signal demonstrably ergodic. That is, the mean values calculated from any set of output dependencies $a_i(t)$ (arithmetic averages) will be the same as mean values over time (Equations 2-4). In other words, it must not matter for which time interval the mean values will be calculated. Methodically, this condition can be verified by performing the appropriate vibration load test repeatedly. The minimum length of the time interval will be set as the length of one test. For m -times repeated measurement, the entire record will have a length of mT . With increasing m it will be possible (thanks to the central limit theorem) to consider the signal as more and more ergodic – so called quasi-stationary.

As to the second question, it was already mentioned in the introduction that other methods of signal filtering exist. Typically, these are optimisation approximation methods. These are very effective when filtering a signal containing stochastic high-frequency noise. If the sampling frequency is by orders of magnitude higher than the artefacts frequency, their efficiency decreases and the use of DFT becomes relevant. This is especially the fact wherever phenomenological explanation of the occurrence of "disturbing" signal components matters.

From a theoretical point of view, attention should be paid to the post-hoc methodology of manipulating the signal spectral power. Based on empirical experience so far, it seems that the complete elimination of components of the same order as from which harmonic noise is composed yields satisfactory results. In the context of further research, it is necessary to focus on the selection and elimination of selected spectrum components. We assume that a phenomenological description of the processes of their origin will be necessary for the proper detection of harmonic noise within the signal. These will differ from one heterogeneous system to another.

5 Conclusion

The present study aimed to investigate the possibilities of using the Fourier transform in the analysis of vibration load tests of heterogeneous mechanical systems, especially those of a biological nature. It has been shown here that if the outputs from vibration load tests are treated as a stochastic process, it is possible to influence the variability of such a signal by reducing its spectral power. Based on theoretical analysis and mathematical implementation in MATLAB, it has been verified that a sophisticated reduction in spectral power of the ergodic signal can be used to effectively filter out aperiodic dependencies with disturbing harmonic artefacts. The presented technological process is applicable to other signal processing problems, too.

Acknowledgement

This project was supported by grants PROGRES Q41, GAUK 962314 and SVV 260466 for the year 2017.

Literature

- [1] BITTNER, V., PANSKÁ, Š., JELEN, K. (2016). *Software pro vyhodnocení vibrační analýzy heterogenních systémů [software]*. Evidenční číslo KAB/2016/SW5. Praha: Fakulta tělesné výchovy a sportu Univerzity Karlovy. Dostupný z: <http://www.ftvs.cuni.cz/FTVS-887.html>.
- [2] HLAVÁČ, V., SEDLÁČEK, M. (2000). *Zpracování signálů a obrazů*. Praha: Vydavatelství ČVUT. ISBN 80-010-2114-9.
- [3] KONVIČKOVÁ, S., VALENTA, J. (2006). *Biomechanika člověka - svalově kosterní systém 1. díl*. Praha: ČVUT. ISBN 80-01-03424-0.
- [4] LAMPTON, M. (1997). Damping–undamping strategies for the Levenberg–Marquardt nonlinear least-squares method. *Computers in Physics*. 11(1), 110-. DOI: 10.1063/1.168600. ISSN 08941866.
- [5] MARŠÍK, F., DVOŘÁK, I. (1998). *Biotermodynamika* (2nd revised edition ed.). Praha. NOVAK, J. (1996). Sample paper in book. In: *Proceedings of xxx* (D. Nový, (Ed.)), pp. 21 – 25. DEF Publisher, New York.
- [6] MARŠÍK, F., ZEMAN, J., JELEN, K. (2010). Analysis of transmission of vibration through the spine, measured by TVS method. Prague: Faculty of Physical Education and Sport, Department of Anatomy and Biomechanics.
- [7] PANSKÁ, Š., PÍGLOVÁ, T., ZEMAN, J., MARŠÍK, F., LOPOT, F., & JELEN, K. (2016). Evaluation of rheological parameters of the axial system using the transfer vibration through spine (TVS) method. *Neuroendocrinology Letters*, 37(4): 101–107.
- [8] BLATNICKÝ, M., DÍŽO, J., BLATNICKÁ, M.: *Side Plate Strength Analysis of the Mechanism for Vehicle Axle Scale Calibration*. In: *Manufacturing Technology*, Vol. 17, no. 2 (2017) pp 147-151, ISSN: 1213-2489
- [9] SVOBODA, M., SOUKUP, J., JELEN, K., KUBOVÝ, P.: *Effect of Impact on Human Head*, In: *Manufacturing Technology*, Vol. 15, No. 2 (2015) pp 226-231, ISSN: 1213-2489
- [10] ŠŤASTNIAK, P.: *Freight Long Wagon Dynamic Analysis in S-Curve by Means of Computer Simulation*, In: *Manufacturing Technology*, Vol. 15, No. 5 (2015) pp 930-935, ISSN: 1213-2489
- [11] MAREK, M., NOVÁK, M., RYTINA, T., DURAKBASA, M., N.: *Process and Equipment Improvement for Nickel Brush Plating Application*, In: *Manufacturing Technology*, Vol. 17, No. 4 (2017) pp 503-507, ISSN: 1213-2489

Mathematical Model of the RRR Anthropomorphic Mechanism for 2D Biomechanical Analysis of a Deep Squat and Related Forms of Movement

Václav Bittner^{1,2}, Radim Štrýncl², Karel Jelen², Martin Svoboda³

¹Faculty of Science, Humanities and Education, Technical University of Liberec, Studentská 2, Liberec, Czech Republic, E-mail: vaclav.bittner@tul.cz

²Faculty of Physical Education and Sport, Charles University in Prague, José Martího 31, Praha 6, Czech Republic, E-mail: jelen@ftvs.cuni.cz, radimstryncl@seznam.cz

³Faculty of Mechanical Engineering, Jan Evangelista Purkyně University in Ústí nad Labem, Pasteurova 1, Ústí nad Labem, Czech Republic E-mail: martin.svoboda@ujep.cz

The aim of this study was to create a mathematical model of the RRR anthropomorphic mechanism for a 2D biomechanical analysis of a deep squat and related forms of movement. The segment stick model is designed to diagnose the movement with sagittal plan symmetry. Based on the input data from kinematic and dynamometric analysis, and from the anthropometric data of the monitored person, it is possible to estimate the resulting momentum of the forces acting on the main joints of the lower body. The technology may be applied in analysing deep squats, studying the dynamics of vertical reflection as well as in the biomechanical analysis of related forms of movement (e.g. standing-up, squatting with a dumbbell, skiing in downhill posture, etc.). The derived motion equations may be used to analyse the dynamics of the movement of anthropomorphic or mechatronic systems with the same geometry.

Keywords: Mathematical model, RRR mechatronic system, anthropomorphic mechanism, biomechanical analysis of movement

1 Introduction

One of the most topical biomechanical issues of today is the deep squat. It represents the basic movement model of primates and ranks among their natural postural positions. It is a posture where the flexion in the knee joint enables the back of the thighs to touch the calves, the heels stay on the ground and the spine is upright in a neutral position. This posture may be seen in young children. Based on an innate movement model, they instinctively use a deep squat if they want to reach the ground with their hand. They also play in this posture.

Practical experience shows that the majority of the Euro-Atlantic population in developed countries is losing the ability to reach the bottom position of a deep squat, or they are not using this movement pattern at all. However, studies proving the positive effect of the deep squat on the production of muscle power production and the performance of lower limbs may be found in world literature [1], [2], [3], [4]. Doubts regarding the overstraining of the knee joints are then disproved by Bryanton [2]. He found out that together with the engagement of the gluteae, it is mainly the load of the hip joints that increases with the depth of a squat, not the knee joints.

Most studies on the deep squat are based on a kinesi-

$$\begin{aligned}
 m_\alpha &= E_{\alpha 0} + E_{\alpha 1}m + E_{\alpha 2}v, \\
 I_\alpha &= m_\alpha k_\alpha^2 + F_{\alpha 0} + F_{\alpha 1}m + F_{\alpha 2}v, \\
 m_\beta &= \sum_\beta (E_{\beta 0} + E_{\beta 1}m + E_{\beta 2}v), \\
 m_h &= \sum_\beta m_\beta, \\
 I_h &= \sum_\beta m_\beta l_\beta^2 + \sum_\beta (F_{\beta 0} + F_{\beta 1}m + F_{\beta 2}v),
 \end{aligned}$$

ologic analysis and the combination of a kinematic analysis with EMG. These methods cannot be used for objective conclusions on the momentum of the forces acting on particular joints during the respective stages of a deep squat. Therefore, the aim of this study is to create a model of an anthropomorphic mechanism that would enable such a biomechanical analysis of a deep squat and related forms of movements. The study focuses on the diagnosis of movement in the sagittal plane.

2 Segment structure and parametrization of the model

The model is created to diagnose the lateral movement projection of a person with the permanent support of both feet. It is based on a 3-segment 3D stick anthropomorphic mechanism when the feet, shins and shanks of both limbs are aligned, see Fig. 1. To derive motion equations, the weight of shank m_s , thigh m_t , and half the weight of the upper body (head - h , upper limbs - a , trunk - r) is respected as a unit m_h due to the symmetry. The weights and respective moments of inertia (I_s, I_t, I_h) of particular segments may be estimated based on the method of Zatsiorsky et al. [5] from the body height (v [cm]) and total weight (m [kg]) of a person according to the equations (1).

$$\begin{aligned}
 &[kg]; \\
 &[kg \cdot m^2]; \quad \alpha \in \{s, t\}; \\
 &[kg]; \\
 &[kg]; \\
 &[kg \cdot m^2]; \quad \beta \in \{h, a_{1-3}, r_{1-3}\},
 \end{aligned} \tag{1}$$

where constants k_α define the position of the centres of gravity of a shank and a thigh in relation to the axes of rotation, see below. Constants l_β represent the distance of the centre of gravity of a respective upper body segment (h, a_{1-3}, r_{1-3}) from the origin of coordinates (x_2, y_2), see

Fig. 1. All these constants are specific for each individual or the respective movement pattern and thus it is essential to ascertain them from anthropomorphic measurements and a kinematic analysis. The values of parameters E, F are stated in Table 1.

Tab. 1 Values of E, F parameters to determine the weight and moment of inertia of particular segments.

α	$E_{\alpha 0}$ [kg]	$E_{\alpha 1}$ []	$E_{\alpha 2}$ [cm ⁻¹]	$F_{\alpha 0}$ [kg.cm ²]	$F_{\alpha 1}$ [cm ²]	$F_{\alpha 2}$ [kg.cm]
s	-1.59200	0.03616	0.01210	-1152.000	4.594	6.815
t	-2.64900	0.14630	0.01370	-3690.000	32.020	19.240
β	$E_{\beta 0}$ [kg]	$E_{\beta 1}$ []	$E_{\beta 2}$ [cm ⁻¹]	$F_{\beta 0}$ [kg.cm ²]	$F_{\beta 1}$ [cm ²]	$F_{\beta 2}$ [kg.cm]
h	0.64800	0.00855	0.00715	-56.000	0.715	0.865
a_1 (upper arm)	0.25000	0.03012	-0.00270	-232.000	1.526	1.343
a_2 (forearm)	0.31850	0.01445	-0.00114	-67.900	0.855	0.376
a_3 (hand)	-0.11650	0.00360	0.00175	-13.680	0.088	0.092
r_1 (upper)	4.10720	0.09310	-0.02920	183.500	9.150	-2.865
r_2 (medium)	3.59050	0.11170	-0.03315	131.500	13.350	-4.000
r_3 (nether)	-3.74900	0.04880	0.02448	467.000	5.900	1.720

Note: Parameters F are given for axes of rotation perpendicular to the sagittal body plane. The trunk r and the upper limb a are combined from three parts. With respect to the nature of the task, parameters E_\square and F_\square are specified so that m_b and I_b characterised the half of the upper body (i.e. only a half of the weight of the head, trunk and one hand are considered).

The model contains two links which anatomically represent an ankle joint and a knee joint. The third link is located in the pelvis area. The angle between the trunk and the thigh is maintained not only by the hip joint but also by the lumbar spine. Therefore, this link although located in the hip joint is not anatomically represented and only an approximation is concerned.

A coordinate system where the direction of the x-axis copies the direction of the previous segment is located in each joint. In total, three coordinate systems are involved. The angle between the x-axis and the next segment is described as $q_1 - q_3$. Angles formed by particular segments between themselves are described as $\varphi_1 - \varphi_3$. Relations between respective angles are as follows:

$$q_1 = \varphi_1; q_2 = \pi - \varphi_2; q_3 = \pi + \varphi_3. \quad (2)$$

Expressions (2) have particular practical importance. In theoretical analysis, it is advantageous to work with so called generalized coordinates q_i (see below), angles φ_i are used especially in experimental methods of biomechanics.

The centres of gravity of respective segments are described as follows. The total centre of gravity (COM) is determined by T in the picture, T_t represents the centre of gravity of a thigh, T_s is the centre of gravity of a shank. The centre of gravity of the upper body is represented by T_b . Positions of centres of gravity of particular segments are determined again in accordance with Zatsiorsky et al. [5]. In particular:

$$\begin{aligned} [x_1; y_1] &= k_s [L_s c_1; L_s s_1] \\ [x_2; y_2] &= [L_s c_1 + k_t L_t c_{12}; L_s s_1 + k_t L_t s_{12}] \\ [x_3; y_3] &= [L_s c_1 + L_t c_{12} + L_b c_{123}; L_s s_1 + L_t s_{12} + L_b s_{123}], \end{aligned} \quad (3)$$

where constants $k_s = 6/10, k_t = 6/9, k_b = 1$ define the position of centres of gravity of respective segments with the length of L_t, L_s, L_b [m]. These must be ascertained for each individual. In the interest of clarity, the following marking is used in relations:

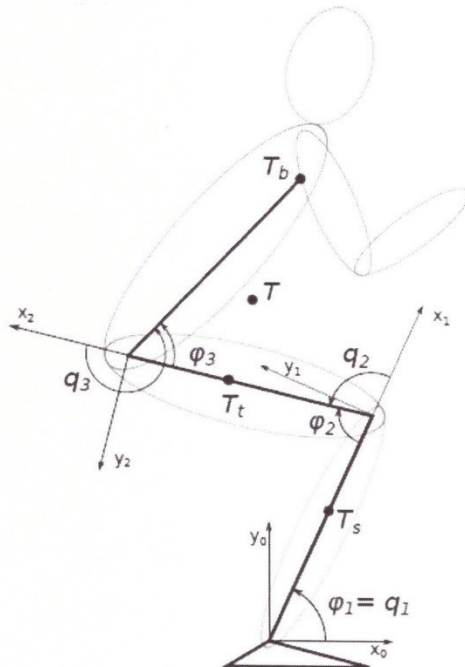


Fig. 1 Stick model of the anthropomorphic mechanism

$$\begin{aligned}
 c_i &= \cos(q_i); & c_{ij} &= \cos(q_i + q_j); & c_{ijk} &= \cos(q_i + q_j + q_k); \\
 s_i &= \sin(q_i); & s_{ij} &= \sin(q_i + q_j); & s_{ijk} &= \sin(q_i + q_j + q_k); & i, j, k \in \{1, 2, 3\}.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

With respect to the relations (1), it must be mentioned for the sake of completeness that the positions of the centres of gravity of respective segments of the upper body are located close to the hand and the trunk in 4/10 of their total length. In case of the upper arm and the forearm it is represented by 4/9 taken from the proximal end of the segment (i.e. closer to the body centre) [5]. In case of the head with the throat (taken as one segment), the centre of gravity is located in 1/2 of the total length.

3 Form of motion equations

$$\begin{aligned}
 E_k &= \frac{1}{2} \left(m_s (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + m_t (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + m_b (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + I_s \dot{q}_1^2 + I_t (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + I_b (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 \right) \\
 E_p &= m_s g y_1 + m_t g y_2 + m_b g y_3
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

The resulting form of motion equations may be described in a matrix form:

$$B(q)\ddot{q} + C(q; \dot{q})\dot{q} + g(q) = Q, \tag{7}$$

where B represents the so-called weight matrix, C is a velocity matrix, g is a vector of gravitational forces, q is a

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix}, \tag{8}$$

where:

$$\begin{aligned}
 b_{11} &= m_s k_s^2 L_s^2 + m_t L_s^2 + m_t k_t^2 L_t^2 + m_b (L_s^2 + L_t^2 + L_b^2) + 2(m_t k_t L_s L_t + m_b L_s L_t) c_2 + 2m_b L_b L_t c_3 + 2m_s L_s L_b c_{23} + I_s + I_t + I_b \\
 b_{12} &= m_t k_t^2 L_t^2 + m_b (L_t^2 + L_b^2) + (m_t k_t L_s L_t + m_b L_s L_t) c_2 + 2m_b L_b L_t c_3 + m_b L_s L_b c_{23} + I_t + I_b = b_{21} \\
 b_{13} &= m_b L_b^2 + m_b L_b L_t c_3 + m_b L_s L_b c_{23} + I_b = b_{31} \\
 b_{22} &= m_t k_t^2 L_t^2 + m_b (L_t^2 + L_b^2) + 2m_b L_t L_b c_3 + I_t + I_b \\
 b_{23} &= m_b L_b^2 + m_b L_t L_b c_3 + I_b = b_{32} \\
 b_{33} &= m_b L_b^2 + I_b \\
 c_{11} &= -2(m_t k_t L_s L_t + m_b L_s L_t) s_2 \dot{q}_2 - 2m_b L_b L_t s_3 \dot{q}_3 - 2m_b L_b L_s s_{23} (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\
 c_{12} &= -(m_t k_t L_s L_t + m_b L_s L_t) s_2 \dot{q}_2 - 2m_b L_b L_t s_3 \dot{q}_3 - m_b L_b L_s s_{23} (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\
 c_{13} &= -m_b L_b L_t s_3 \dot{q}_3 - m_b L_b L_s s_{23} (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\
 c_{21} &= (m_t k_t L_s L_t + m_b L_s L_t) s_2 \dot{q}_1 - 2m_b L_b L_t s_3 \dot{q}_3 - m_b L_b L_s s_{23} (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\
 c_{22} &= -2m_b L_t L_b s_3 \dot{q}_3 \\
 c_{23} &= -m_b L_b L_t s_3 \dot{q}_3 + m_b L_s L_t s_{23} \dot{q}_1 \\
 c_{31} &= m_b L_b L_t s_3 (\dot{q}_1 + 2\dot{q}_2) + m_b L_b L_s s_{23} \dot{q}_1 \\
 c_{32} &= m_b L_b L_t s_3 \dot{q}_2 \\
 c_{33} &= 0 \\
 g_1 &= m_s g k_s L_s c_1 + m_t g (L_s c_1 + L_t k_t c_{12}) + m_b g (L_s c_1 + L_t c_{12} + L_b c_{123}) \\
 g_2 &= m_t g k_t L_t c_{12} + m_b g (L_t c_{12} + L_b c_{123}) \\
 g_3 &= m_b g L_b c_{123}
 \end{aligned}$$

The equation (7), or (8) as the case may be, are signifi-

cantly simplified if the so-called quasi-static approximation is considered. Assuming the whole motion of the

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i, \tag{5}$$

where E_k represents the total kinetic energy and E_p the total potential energy of the system. It is established as follows:

vector of independent generalized coordinates (for the angles in this model, see above) and Q are generalized forces (moments of inertia in this model). A specific solution is as follows:

cantly simplified if the so-called quasi-static approximation is considered. Assuming the whole motion of the

mechanism is very slow. In such a case, the first two equation members may be omitted and the following is established:

$$g(q) = Q. \tag{9}$$

This approach may be used to diagnose the lifting of patients from sitting to standing [6] or during a permanently lowered posture (e.g. downhill posture).

4 Model application example (quasi-static approximation)

Now an example of a model application follows in its quasi-static approximation. For this purpose, a five-stage kinematogram of a deep squat of a proband with the body weight $m = 55 \text{ kg}$ and body height $v = 165 \text{ cm}$ was created, see Fig 2.

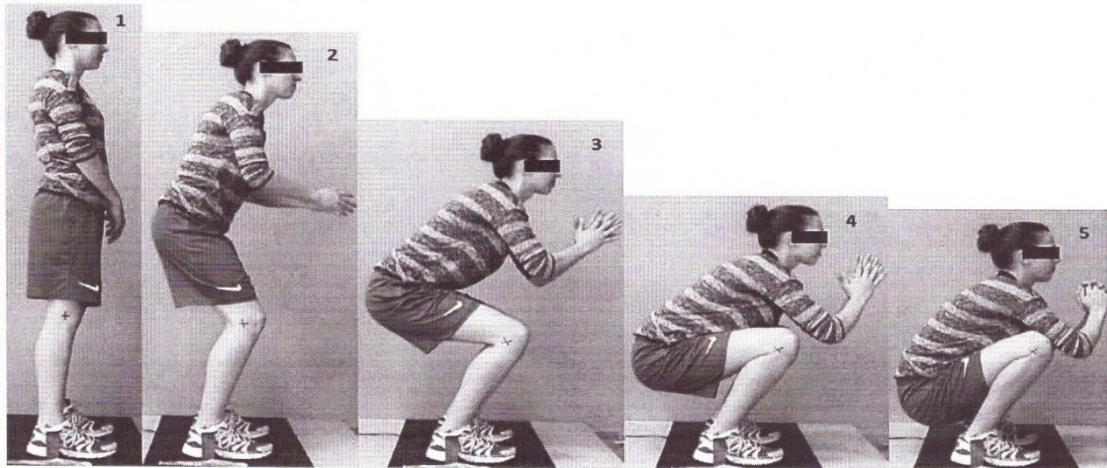


Fig. 2 Kinematogram of deep squat (Positions 1-5)

A stick model of an anthropomorphic mechanism according to Fig. 1 was added to each position. Furthermore, respective values of angles $\varphi_1 - \varphi_3$ were deduced

and resulting moments of forces in a particular joint were determined by means of derived equations (9). Their dependence on partial positions of the deep squat is depicted in Fig. 3.

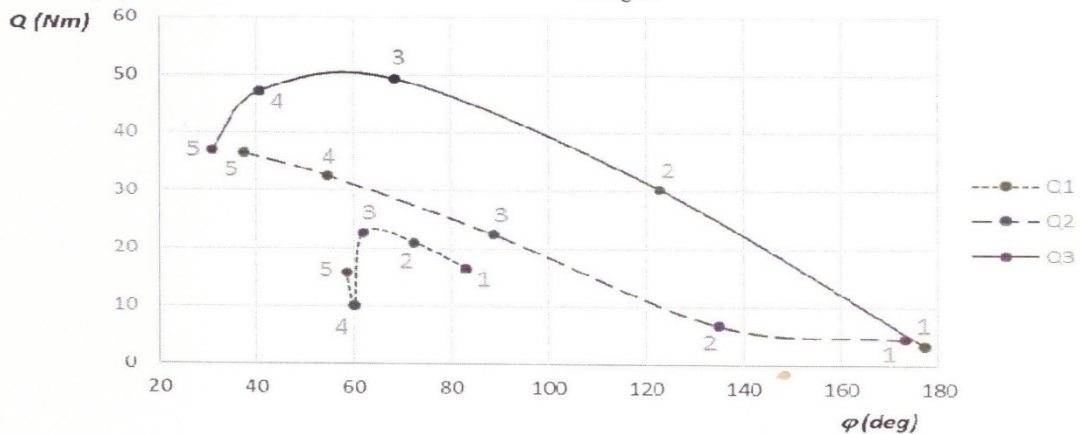


Fig. 3 Graph showing the dependence of moments of forces on the angle of flexion in a respective joint link
 Legend: Q1 – ankle joint, Q2 – knee joint, Q3 – hip joint
 Numbers 1-5 correspond with respective positions according to Fig. 2

The results depicted in the graph of Fig. 3 may, among other things, be used for the following conclusions. When moving from a deep squat to a stand (Positions 5-1):

1. The moment of force in the area of a hip joint reaches its maximum between Pos. 3 and 4, i.e. in the moment when the flexion in the knee corresponds to approximately 90°. This moment of

- force continually decreases from Pos. 3 to Pos. 1.
2. The moment of force in the knee joint necessary for its extension decreases.
3. The moment of force in the ankle joint reaches its maximum in Pos. 3.

5 Discussion

The model has certain limitations in its application. One of the drawbacks is the precision in determining the geometry from the stick model. Selection of the experimental method which will provide data inputs for equations (7) is essential here. The experience gained so far shows that satisfying results may be reached by combining 3D kinematic analysis (e.g. Qualisys system) with dynamographical systems (e.g. EMED strain-gauge platform). The combination of these experimental methods may be used to calibrate the model by means of the relation of COM and COP using the findings of Morasso et al. [7].

Furthermore, it is necessary to realize that the sizes of moments in particular joint links represent only approximate estimations. The model respects neither the precise anatomic alignment of respective joints nor related muscle groups (it is known, for example, that the femoral head performs a rotational sliding motion against tibia during flexion in the knee joint).

Nevertheless, in connection with a suitable anatomic and kinesiological analysis, the whole approach contributes significantly especially in the context of selected functional and structural disorders of the musculoskeletal system. But for these purposes, the model must be locally (in a respective joint link) extended by the above mentioned anatomic aspects. The application of clinic CT image data is also assumed, e.g. see [8], [9]. Information about the moment effects in the knee and ankle joints may further be used to simulate the pressure distribution, e.g. see [10] inside these joint links.

6 Conclusion

The presented model of an anthropomorphic mechanism enables supplementing the common kinematic analysis of a deep squat with estimations of resulting moments of forces applied to the main joints of the bottom body part. The results gained herein may be used for a complex biomechanical analysis of this movement pattern and also for the analysis of related forms of movement with similar geometry (e.g. standing-up, squatting with a dumbbell, skiing in downhill posture, two-footed jump, etc.).

The following research will focus on the extension of the model by dissipative processes in particular joints, inclusion of local anatomic aspects and furthermore by its verification. The aim is to apply the whole technology during studies of selected disorders of the musculoskeletal system of a human.

Acknowledgement

This project was supported by grants PROGRES Q41 and TG01010117 – PROSYKO

References

- [1] BLOOMQUIST, K., et al. (2013). Effect of range of motion in heavy load squatting on muscle and tendon adaptations. *European Journal of applied physiology*. 2013, 113(8), 2133-42. ISSN 1430-6319.
- [2] BRYANTON, Megan A., et al. (2012). Effect of squat depth and barbell load on relative muscular effort in squatting. *Journal of Strength and Conditioning Research*. 2012, 26(10), 2820-8. ISSN 1064-8011.
- [3] ESFORMES, Joseph I. a Theodoros M. BAMPOURAS. (2013). Effect of back squat depth on lower-body postactivation potentiation. *Journal of Strength and Conditioning Research*. 2013, 27(11), 2997-3000. ISSN 1064-8011.
- [4] HARTMANN, Hagen, et al. (2012). Influence of squatting depth on jumping performance. *Journal of Strength and Conditioning Research*. 2012, 26(12), 3243-63. ISSN 1064-8011.
- [5] ZACIORSKIJ, V. M., ARUIN, A. S., & SELUJANOV, V. N. (1981). *Biomechanics of the locomotor apparatus of man*. 1981. Moskva: FiS.
- [6] RAVNIK, D., VRANÝ, J., JELEN, K., BITTNER, V. (2017). Biomechanical Aspects of Assisting Patients in Standing up in the Context of Ergonomics. ZUNJIC, Aleksandar. *Ergonomic Design and Assessment of Products and Systems*. 2017. New York: Nova Science Publishers, s. 19. ISBN 978-1-53611-784-4.
- [7] MORASSO, Pietro G., Gino SPADA a Roberto CAPRA. (1999). Computing the COM from the COP in postural sway movements. *Human Movement Science*. 1999, 18(6), 759-767. DOI: 10.1016/S0167-9457(99)00039-1. ISSN 01679457.
- [8] SEDLAK, J., CHLADIL, J., SLANY, M., KOURIL, K. (2014). Introduction to processing of CT clinical metadata of disabled part of patient knee joint. *Manufacturing Technology*. 2014, 14(4), pp. 611-618.
- [9] SEDLAK, J., SLANY, M., FIALA, Z., JAROS, A. Production method of implant prototype of knee-joint femoral component. *Manufacturing Technology*; 2015; 15(2), pp. 195-204
- [10] VAVRO, J., VAVRO, J., KOVÁČIKOVÁ, P., BEZDEDOVÁ, R., HÍREŠ, (2017). Kinematic and dynamic analysis and distribution of stress in items of planar mechanisms by means of the MSC ADAMS software. *Manufacturing Technology*. 2017, 17(3), pp. 397-401.

Possibilities of Using Tram Windscreen Impact Tests in Analysis of Human-Machine Accidents

Václav Bittner^{1,3}, Roman Ježdík², Petr Kubový¹, František Lopot¹, Ondřej Štoček¹, Martin Havlíček¹, Martin Svoboda⁴, Karel Jelen¹

¹Faculty of Physical Education and Sport, Charles University in Prague, José Martího 31, Prague 6, Czech Republic. E-mail: kubovy@ftvs.cuni.cz, jelen@ftvs.cuni.cz, ondrastok@seznam.cz, martin.h2@seznam.cz

²Research Institute of Railway Rolling Stock – VÚKV a.s., Bucharova 1314/8 Stodůlky, Prague 5, Czech Republic. E-mail: jezdik@vukv.cz

³Faculty of Science, Humanities and Education, Technical University of Liberec, Studentská 2, Liberec, Czech Republic. E-mail: vaclav.bittner@tul.cz

⁴Faculty of Mechanical Engineering, J. E. Purkyně University in Ústí nad Labem, Pasterova 1, Ústí nad Labem, Czech Republic. E-mail: martin.svoboda@ujep.cz

The main aim of this article is to show the possibilities of using tram windscreen impact tests in the analysis of human-machine accidents. Empirical experience shows that these accidents especially affect the head, which is at the same time one of the most vulnerable parts of the human body. Windscreen safety testing follows ECE standards and, inter alia, involves collisions with a headform. With regards to numerical simulations, however, it is essential to be able to determine the material characteristics of windscreens. Here it seems to be advantageous in terms of validity, reliability and the economic cost of using collisions with a rigid body where only the glass absorbs all of the kinetic collision energy. The outcome of these tests is a waveform of the contact force’s magnitude as a function of deformation in the direction the force acts. Along with the time course of acceleration of the bumper and its kinetic energy on impact, this information can serve as boundary conditions to verify mathematical models.

Keywords: impact tests; human-machine accidents; tram; windscreen

1 Introduction

The analysis of rolling stock accidents associated with pedestrian safety has become more and more important in recent years. This is due to the increasing density of tram traffic in the centre of large cities and the associated risk of human-machine collisions. Table 1 shows that only 561 pedestrian collisions with trams have occurred in the capital city of Prague over the past 5 years. Of these, approximately 5% were fatal. Collisions of trams with pedestrians most commonly result from [1]: not giving way to a tram at a pedestrian crossing, crossing just in front of the tram (the driver often has no chance to see the pedestrian), looking in front of a tram in an attempt to run over to the pavement (a train may come from the opposition), entering the path of a starting tram (incorrect estimation of tram stopping distance), using headphones and mobile phones.

Tab. 1 Variations of acceleration measurements performed on the vehicle

Year	Number of collisions	Number of deaths *)
2013	82	6
2014	90	4
2015	99	4
2016	75	2
2017	111	3
2018	104	8

**) Number of accidental deaths that occurred within 24*

hours of a collision. The actual number of subsequent deaths could be higher.

Source: processed according to [1]

Modern city trams have the lower edge of their windcreens usually below the level of an adult’s shoulders, so they collide with the pedestrian’s head very often during collision. At a high collision velocity, the contact points of such a collision on the tram windscreen are noticeable and take on characteristic contours (see Fig. 1). For obvious reasons, it is appropriate to study these collision events and investigate the mechanical properties of windcreens. Their manufacturer is obliged to perform stress tests following the ECE regulation [2]. There is a headform impact test with an integrated accelerometer within the scope of this piece of legislation. In this case, it is obvious that the impactor accelerations are affected by the rigidity of the headform and how it is affixed. It is necessary to take this fact into account when estimating the results of collision processes. An alternative approach is to use a rigid impactor (battering ram) on glass adequately fixed in place. In these tests, it is assumed that the impactor is perfectly rigid and that all the collision’s kinetic energy is absorbed by the glass. This article aims to show the possibilities of using such tram windscreen impact tests in the analysis of human-machine accidents. The first part presents a brief summary of the theoretical background. The second part of the paper demonstrates the results of the pilot experimental investigation.



Fig. 1 Tram windscreen after a collision with two pedestrians – contact points
Source: taken from [6] (photo by Michal Šula, MAFRA)

2 Selected Theoretical Bases

Collision processes between humans and machines have been widely studied, especially in the automotive industry. Virtual modelling and numerical simulation are the most frequently used methods in addressing pedestrian safety [4]. For these simulations to be valid, it is necessary to verify the models against real data from impact tests. For this purpose, collisions of vehicles or their parts (e.g. windscreens) with solid models of the body, called an ATD (anthropomorphic test device), and its parts are used. Head, chest and knees are among the most vulnerable parts of the human body [4]. The general HIC criterion is used to estimate the injury rate. This can be calculated from the time course of acceleration $a(t)$ of the centre of gravity of the monitored part during the impact test using the formula:

$$HIC_{t_2-t_1} = \max_{0 \leq t_1 < t_2 \leq T} \left\{ (t_2 - t_1) \left(\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt \right)^{2.5} \right\} \quad (1)$$

where t_2 and t_1 are two arbitrary times during the acceleration pulse [4]. The acceleration $a(t)$ in the formula (1) is given in multiples of $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$. In the automotive industry, $HIC_{15} \equiv HIC_{0.015} < 700$ is considered to be an acceptable risk for head-to-vehicle collisions where the risk of brain injury is less than 5% [8].

If a rigid impactor is used instead of the ATD head, the calculated HIC is only the supremum of the estimation of this criterion. On the other hand, the situation will be considerably simplified. From the results of such tests, it is then relatively easy to obtain a working diagram of the impact test, i.e. the dependence of the contact force between the two bodies on the displacement in the direction of the force acts (see below). The material properties of windscreens can also be estimated based on a suitable physical model. Both can then be used to create numerical models, etc.

From a mechanical point of view, if a rigid, for example, oval body strikes the flat surface of a windscreen, a contact stress occurs at the point of contact. Because the windscreen is in the shape of a shell, bending stresses will also occur throughout its surface. The total accumulated energy is then equal to the sum of the bending and contact stresses of the glass [3]. This energy E_{cum} can be estimated from the velocity v_d and the weight m_d of the impactor according to the formula:

$$E_{cum} = \frac{1}{2} m_d v_d^2 = \int_0^{z_{max}} F_c(z, t) dz \quad (2)$$

It can be seen from the equation (2) that the accumulated energy can be estimated from the waveform of the surface contact force $F_c(z, t)$ depending on the displacement of the material points near the point of contact. The direction of the displacement, as well as the direction of the contact force, are directed perpendicular to the plane of the glass (along the z -axis). The magnitude of the contact force can be determined from the time course of acceleration $a(z, t)$ recorded by an accelerometer placed on the rigid impactor according to the formula:

$$F(z, t) = m_d a(z, t) \quad (3)$$

The displacement size $z(t)$ can be determined experimentally by a displacement meter located under the windscreen at the point of impact of the impactor (see Figure 3).

Fracture deformations may be expected to occur during impact tests of vehicle windscreens. Their shape will largely depend on the speed of the impactor. In a quasi-static case where the impact velocity of the impactor is low (lower values of m/s), the fracture stress will be achieved by the bending process. The result will be the specific shape of fracture cracks (see Fig. 2a),

identical to the static stress [3]. If the velocity of the impactor is higher (higher values, tens of m/s), the inertia forces will hinder the rapid deflection of the plate. This will result in a greater curvature of the deflection surface near the contact point than in the wider surroundings,

resulting in differently shaped fracture cracks (see Fig. 2b), different from the previous example [3]. If the impact velocity is high (hundreds of m/s), before the glass plate starts to deflect, the contact stress increases to such a limit that a radiating crack occurs (see Fig. 2c) [3].

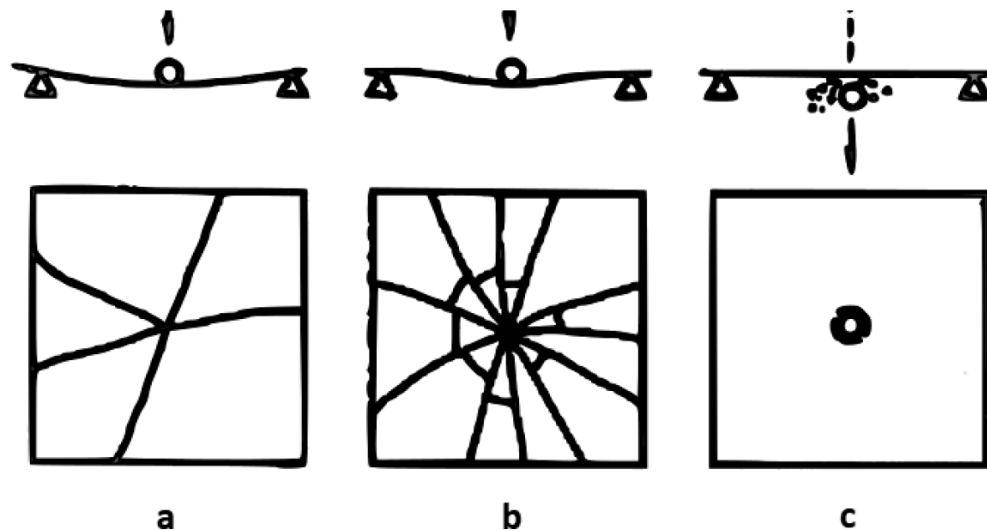


Fig. 2 Fracture of glass plates at different intensity of impact from a rigid impactor.
Source: taken from [3]

In relation to the equation (3) and the determination of the magnitude of the contact force, the question arises as how to choose the mass of the impactor. As already mentioned in the introduction of the article, it is usually the head that hits the windscreen of a tram. One can therefore start from the estimated mass of the human head m_h . This can be determined according to [5] the following equation:

$$\begin{aligned} m_h &= B_0 + B_1 m + B_2 v \\ m_h &= 1,296 + 0,0171m + 0,0143v \end{aligned} \quad (4)$$

where the symbols B_i , $i \in \{0,1,2\}$ represent constants obtained from [5]; m is the total body mass [kg], and v the body height [cm]. It is therefore a linear function of two variables, producing a graph that is generally a plane. Thus, the absolute extremes of such a function will lie at the boundaries of the set delimited by the Cartesian product of two intervals for m and v . Assuming that an adult height v is within the interval [160; 200] cm and his/her body mass m is in the interval [55; 110] kg, based on the formula (4), the head mass m_h can be expected to be in the range of 4.5–6 kg.

3 Experimental Methods

Windscreen impact tests were carried out on a drop weight impact tester in the VÚKV testing laboratory (see Fig. 3). Each sample (6.76 mm thick laminated windshield, dimensions 500 mm x 300 mm) was supported near the edges by a solid steel support frame.

Because the samples were slightly curved, a special support frame was prepared for each sample by scanning the sample surface. A potentiometric displacement sensor was mounted below the centre of the sample. A high-speed camera was installed in front of the tester to detect the breakage of the glass.

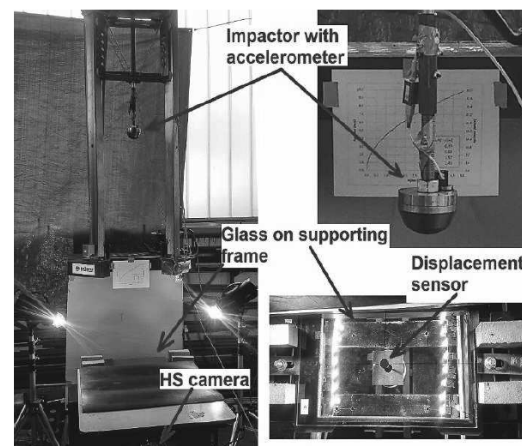


Fig. 3 Example of measuring apparatus.

The impactor (battering ram) in question consisted of a head, a ring and a threaded rod. It was also fitted with an accelerometer. The impactor mass was selected within the technical limits, based on an estimate from the equation (1) and taking into account the characteristics of the ATDs. It was set to 4.55 kg.

4 Results and Discussion

Pilot tests were performed on one glass sample for two different impact velocities not exceeding the 25 km/h limit. The working diagrams (force-displacement) are given for an impact velocity of 24.1 km/h and 19.3 km/h in Figure 5. The force magnitude was obtained as a product of the impactor mass and filtered acceleration [7] (equation 3). The time recording of the original data from

the accelerometer together with the waveform of the filtered signal is shown in Figure 4. The graph of acceleration versus time (see Fig. 4) clearly shows the oscillations resulting from the excited transverse oscillations of the whole system. In the same graph, a thin dashed line indicates the method for estimating the HIC0.015 upper limit. After inserting the values from Figure 4 into the equation (1), the following can be written for the impact velocity of the impactor $v_1 = 19.3$ km/h:

$$HIC15 \leq HIC_{0.015}^{sup} = 0.015 \left(\frac{1074 \cdot 0.00085 + 770 \cdot 0.00135 + 1000 \cdot 0.005 + 450 \cdot 0.0078}{9.81 \cdot 0.015} \right)^{2.5} < 640 \quad (5)$$

The upper limit of $HIC_{0.015}^{sup} < 661$ for the impactor impact velocity $v_2 = 24.1$ km/h was estimated in the same way. Both values are below the critical limit of 700. It can

therefore be assumed that the consequences of such head-to-windscreen contact will certainly be serious but would not have to be fatal. The question is whether a skull would crack upon such an impact.

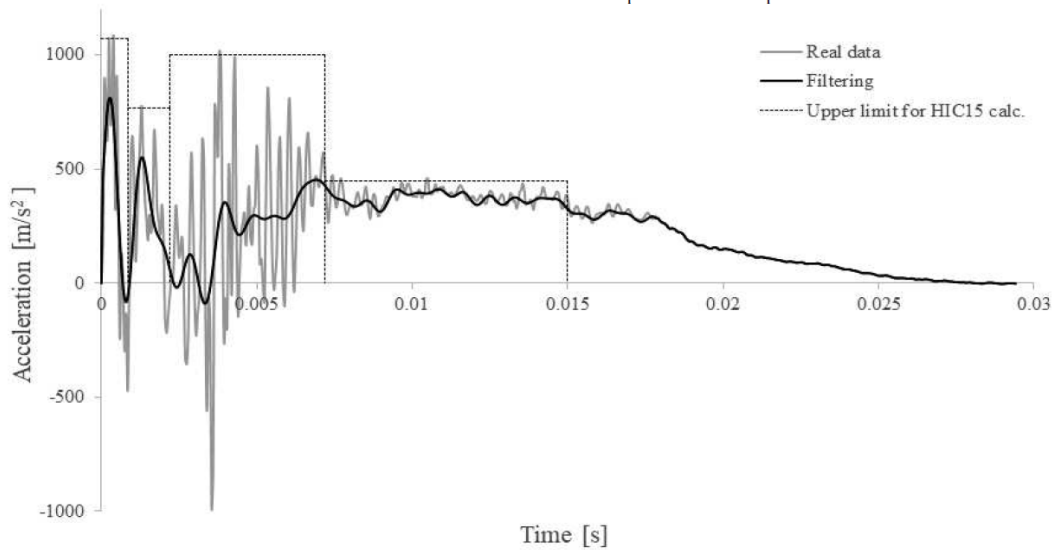


Fig. 4 Waveform of the impact test – graph of impactor acceleration versus time (impact velocity 19.3 km/h).

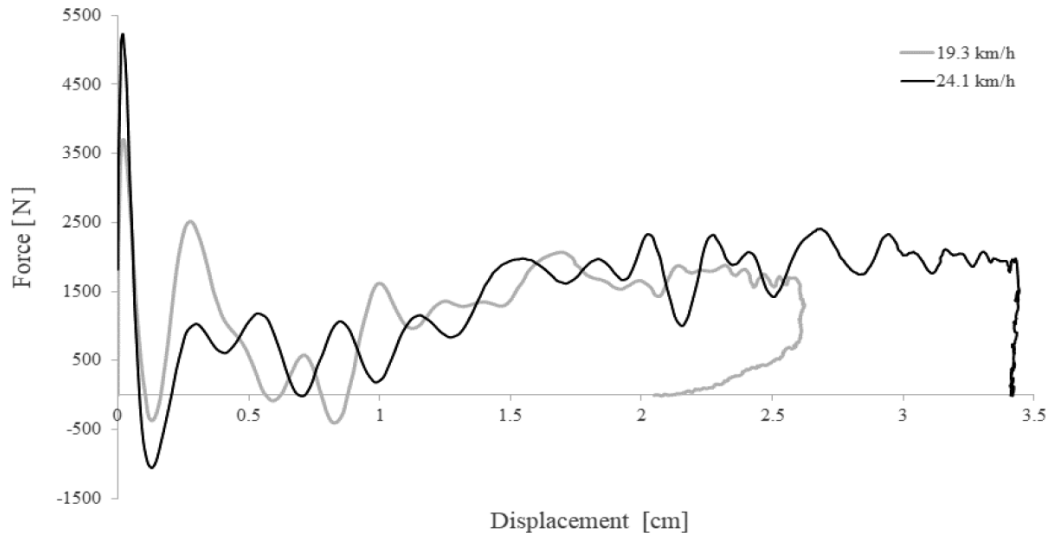


Fig. 5 Waveform of the impact test – graph of contact force versus displacement (working diagram) for impactor impact velocities of 19.3 and 21.4 km/h.

It is very clear from the graph in Figure 5 how the collision took place. Consistent with the theoretical bases, within the small deformations, instantaneous contact stress occurred directly at the point of contact of both bodies. Their low compressibility resulted in a steep increase in contact force. Fracture plastic deformation occurred in the glass samples as the battering ram impact continued. These also resulted in a short-term drop in contact force. Furthermore, the movement of the impactor continued up to the limit displacement. Its kinetic energy was completely absorbed by plastic deformations in it.

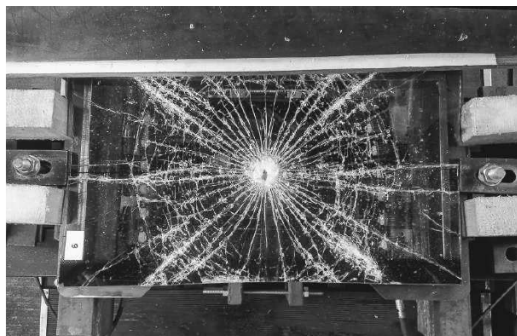


Fig. 6 Demonstration of fracture cracks during tram windscreen impact test.

Fracture cracks occurred in the glass during impact (see Fig. 6). Their shape and appearance correspond both to the theory described (see Fig. 3b) and to the real-life case of a pedestrian collision with the tram windscreen (see Fig. 1).

5 Conclusion

The aim of the article has been to show the possibilities of using tram windscreen impact tests in the analysis of human-machine accidents. The selected theoretical bases of this issue and pilot experimental investigation aimed at obtaining a working diagram of the impact test have been presented.

The results obtained can be used to estimate material properties of windscreens and for subsequent numerical simulations based on a suitably selected physical model. The work will continue to build just this theory. With regards to experimental methods, there is a link to the testing of windshield safety in original conditions on a real tram.

Acknowledgments

Supported from the Analysis of Pedestrian-Tram Accidents project – validation of simulation models, reg. No. CZ.02.1.01/0.0/0.0/16_026/0008401.

References

- [1] *Neskákej mi pod kola* [online], 2019. EU: DPP [cit. 2019-06-11]. Available at: <http://www.dpp.cz/neskakej-mi-pod-kola-startuje-bezpecnostni-kampan-na-preveni-srazek-tramvaji-s-chodci/>.
- [2] *Legislativa ECE* [online], 2014. EU [cit. 2019-06-11]. Available at: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX%3A42014X0212%2801%29>.
- [3] MENČÍK, J. (2018). *Rázy a vibrace: základy mechaniky a zmírňování účinků*. Pardubice: Univerzita Pardubice. ISBN 978-80-7560-146-9.
- [4] HYNČÍK, L., KOCKOVÁ, H., ČÍHALOVÁ, L., CIMRMAN, R. (2008). Optimization of tram face with respect to passive safety. *Applied and Computational Mechanics*, 2008, roč. 2, č. 1, s. 53-62. ISSN: 1802-680X.
- [5] ZACIORSKIJ, V. M., ARUIN, A. S., & SELUJANOV, V. N. (1981). *Biomechanics of the locomotor apparatus of man*. 1981. Moskva: FiS.
- [6] *iDNES* [online], 2018. Praha [cit. 2019-06-11]. Available at: [6] https://www.idnes.cz/praha/zpravy/praha-chodci-tramvaj-srazka-policie-uzavrela-pripad.A181219_111633_praha-zpravy_nuc.
- [7] BITTNER, V., TUČEK, R., PANSKÁ, Š., SVOBODA, M., JELEN, K. (2017). Using the fourier transform in the analysis of vibration load tests of heterogeneous mechanical systems. *Manufacturing Technology*. 17(6), 836-841. ISSN 1213-2489.
- [8] MERTZ, H.J., PRASAD, P. and IRWIN, N.L. (1997). Injury risk curves for children and adults in frontal and rear collisions (SAE 973318). *Proceedings of the 41st Stapp Car Crash Conference* (P-315), 13-30. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers.

Příloha 6: Seznam vybraných publikačních výstupů autora disertační práce – ostatní (WOS, SCOPUS)

a) WOS (RIV J_{im})

TUNAKOVA, Veronika, Maros TUNAK, Jana MULLEROVA, Marcela KOLINOVA a Vaclav BITTNER, 2017. Material, structure, chosen mechanical and comfort properties of kinesiology tape. *The Journal of The Textile Institute*. 1-15. DOI: 10.1080/00405000.2017.1315797. ISSN 0040-5000. Dostupné také z: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00405000.2017.1315797>

SKŘONTOVÁ, Marie, Lucie ŠIMKOVÁ, Václav BITTNER, Bohumil CHALUPA, Josef ZEMAN a Karel JELEN, 2017. Selected mechanical parameters of women's hair in the Caucasian population. *Neuroendocrinology Letters*. **38**(3), 199-207. ISSN 0172-780X. PMID: 28759188.

PÍGLOVÁ, Tereza, Šárka PANSKÁ, Václav BITTNER, Karel JELEN, Pavel ŠTURSA a Jiří KELLER, 2017. Possibilities of objective identification of meniscoids in joint blocks of the axial system, by MRI and Transfer Vibration through the Spine. *Neuroendocrinology Letters*. **38**(5), 360-366.

b) SCOPUS (RIV J_{sc})

PANSKÁ, Šárka, Vaclav BITTNER, Josef ZEMAN, Richard BILLICH a Karel JELEN, 2018. Trends in the rheological characteristics of the axial system of a person-Depending on age. *Indian Journal of Forensic Medicine and Toxicology*. **12**(4). DOI: 10.5958/0973-9130.2018.00187.1. ISSN 0973-9122.

RAVNIK, David, Jiří VRANÝ, Karel JELEN a Václav BITTNER, 2017. Biomechanical Aspects of Assisting Patients in Standing up in the Context of Ergonomics. ZUNJIC, Aleksandar. *Ergonomic Design and Assessment of Products and Systems*. New York: Nova Science Publishers, s. 19. ISBN 978-1-53611-784-4.

PĚTIOKÝ, J., Z. VÁŇA, D. ŠUBERT, D. ZARKOVIC, O. PROUZA a V. BITTNER, 2016. Výkonová indukční stimulace v léčbě algických stavů muskuloskeletálního aparátu – pilotní studie. *Rehabilitace a fyzikální lékařství*. **23**(4), 195-200. ISSN 1211-2658.

Příloha 7: Zařízení pro detekci viskózních a elastických složek měkkých tkání in vivo, in situ pomocí myotonometrie – Užitný vzor CZ29456 U1

Obor:	FS – Lékařská zařízení, přístroje a vybavení
Jazyk:	čeština
Název anglicky:	The device for detection of viscous and elastic properties of soft tissue, in vivo, in situ by help of myotonometer
Klíčová slova:	viscoelastics properties; in vivo; in situ; myotonometer
Důvěrnost výsledku:	údaje o výsledku nepodléhají ochraně podle zvláštních právních předpisů
Celkem autorů (explicitně):	4

Anotace:

Zařízení Myotonometr je elektricky řízený mechanický systém (přístroj) umožňující pohyb indentoru v jedné ose kolmé na vyšetřovanou tkáň. Indentor je tvořen vyměnitelnými nástavci různých tvarů. Přístroj simuluje tzv. palpační vyšetření, tedy zkoumá viskoelastické vlastnosti tkáně na základě neinvazivního vtlačováním nástavce indentoru do diagnostikované tkáně. Síla působící na indentor je měřena tenzometrickým snímačem a dále elektronicky vyhodnocena v závislosti na hloubce indentace.

Anotace anglicky:

The device called myotonometer is electrically controled mechanical device, which is able to move the indenter in one direction which is vertical to the examined tissue. The indenter is formed with replaceable heads that have variety of shapes. The device imitate the palpitation examination and assess the viscous and elastic properties of tissue non – invasively. The indenter is forced into the observed tissue. The force which is actually impacted to the indenter is measured by tensometric sensor and than evaluated in dependence of the depth of indentation.

Autoři výsledku: Petr Šifta, Martin Kysela, Matěj Kolář, Václav Bittner

Návaznosti: TG01010117

Příloha 8: Detektor viskózních a elastických složek měkkých tkání in vivo, in situ
– Funkční vzorek

Obor:	FS – Lékařská zařízení, přístroje a vybavení
Jazyk:	čeština
Název anglicky:	Detector of viscous and elastic properties of soft tissue, in vivo, in situ
Klíčová slova:	viscoelastics properties; in vivo; in situ; myotonometer
Důvěrnost výsledku:	údaje o výsledku nepodléhají ochraně podle zvláštních právních předpisů
Celkem autorů (explicitně):	5

Anotace:

Jedná se o funkční vzorek zařízení s názvem myotonometr. Jde o elektricky řízený mechanický systém (přístroj) umožňující pohyb indentoru v jedné ose kolmé na vyšetřovanou tkáň. Indentor je tvořen vyměnitelnými nástavci různých tvarů. Přístroj simuluje tzv. palpační vyšetření, tedy zkoumá viskoelastické vlastnosti tkáně na základě neinvazivního vtlačování nástavce indentoru do diagnostikované tkáně. Síla působící na indentor je měřena tenzometrickým snímačem a dále elektronicky vyhodnocena v závislosti na hloubce indentace.

Anotace anglicky:

It is a functional sample device called myotonometer. It's about electrically controled mechanical device, which is able to move the indenter in one direction which is vertical to the examined tissue. The indenter is formed with replaceable heads that have variety of shapes. The device imitate the palpitation examination and assess the viscous and elastic properties of tissue non – invasivally. The indenter is forced into the observed tissue. The force which is actually impacted to the indenter is measured by tensometric sensor and than evaluated in dependence of the depth of indentation.

Autoři výsledku: Martin Kysela, Matěj Kolář, Michal Starý, Petr Šifta, Václav Bittner

Návaznosti: TG01010117